Über die physische Beschaffenheit der Cometen ...

Adolf Marcuse

ÜBER

DIE PHYSISCHE BESCHAFFENHEIT DER COMETEN.

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doctorwürde

von der

philosophischen Facultät

der

Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

genehmigt und

am 7. Februar 1884

nebst den angefügten Thesen öffentlich vertheidigt

von

ADOLPH MARCUSE

aus Magdeburg.

Opponenten:

Cand. phil. *Arnold Blaschke.*
Cand. phil. *Fritz Plato.*
Cand. phil. *Emil Stück.*

BERLIN, 1884.

DRUCK UND VERLAG VON P. STANKIEWICZ' BUCHDRUCKEREI, BEUTHSTR. 5

MEINEM THEUERN ONKEL

HERRN Dr. ADOLPH HIRSCH

DIRECTOR DER STERNWARTE ZU NEUCHATEL

IN VEREHRUNG

GEWIDMET.

Inhaltsverzeichniss.

Verbesserungen.

Seite	5.	Zeile	13	von oben,	statt physiche	lies	physische.
„	9.	„	4	„ „	„ der Cometen	„	des Cometen.*)
„	37.	„	5	„ „	„ § 5	„	§ 6.
„	37.	„	8	„ „	„ § 5	„	§ 6.

*) Gemeint ist Donati's Comet 1858.

Einleitung.

Es ist die Aufgabe der Cometen-Astronomie nicht nur die Bewegung der Cometen in ihrer Bahn kennen zu lehren, sondern auch über die Beschaffenheit dieser Himmelskörper Aufschluss zu geben.

Das Problem der Bahnbestimmung eines Cometen ist schon von Newton gelöst worden, und seine Theorie hat im Laufe der Zeit eine hohe Stufe der Entwickelung erreicht. Aber die Frage nach der physischen Beschaffenheit dieser merkwürdigen Himmelskörper wurde erst im neunzehnten Jahrhundert einer mathematisch-physikalischen Behandlung unterzogen.

Der erste Cometenbeobachter, welcher auch den physischen Erscheinungen seine Aufmerksamkeit widmete, war Peter Appian[1]), um die Mitte des 16. Jahrhunderts lebend. Ihm schreibt man gewöhnlich die erste Beobachtung über die der Sonne entgegengesetzte Richtung des Cometenschweifes zu, während man annehmen muss, dass schon im 9. Jahrhundert chinesische Astronomen dieselbe Wahrnehmung gemacht haben.[2])

Wie spärlich die älteren sorgfältigen Beobachtungen über das Aussehen der Cometen sind, erhellt schon daraus, dass im 16. Jahrhundert nur noch neben Tycho Brahe, Cornelius Gemma[3]) zu erwähnen ist, der an dem Cometen von 1577 drei Schweife wahrgenommen hat.

Im 17. Jahrhundert sind drei Beobachter nennenswerth: Cysatus, Hevel und Hooke, welche sämmtlich Zeichnungen von Cometen anfertigten, von denen jedoch nur diejenigen Robert Hooke's zuverlässig sind.[4]) Hooke's physische Beobachtungen vom Halley'schen Cometen des Jahres 1682 verdienen besonders deshalb erwähnt zu werden, weil sie bereits die Ausströmungen am Kern des Cometen zeigen.

---

[1]) Wolf, Geschichte der Astronomie, München 1877, pg. 407.

[2]) Arago, Oeuvres complets, Tome XI, pg. 508, 509. Es ist das 9. Jahrhundert p. Chr.

[3]) Winnecke, Pulkowaer Beobachtungen des grossen Cometen von 1858, pg. 53. Hevel, Cometographia, pg. 454.

[4]) Olbers, in Zach, Monatliche Correspondenz, Januar 1812, Bd. XXV, pg. 8, 9. Winnecke, loc. cit. pg. 42. Auch Gottfried Kirch verdient als sorgfältiger Cometenbeobachter Erwähnung.

Auch das 18. Jahrhundert ist arm an Beobachtern, welche Zeichnungen von dem Aussehen der Cometen entwarfen. Hervorzuheben sind Cassini[1]), Messier[2]), Heinsius[3]) und Loys de Cheseaux[3]), von denen die beiden letzteren ganz bemerkenswerthe Beobachtungen über die physische Beschaffenheit des Cometen vom Jahre 1744 angestellt haben.

Erst im 19. Jahrhundert seit Olbers' classischen Beobachtungen des grossen Cometen von 1811 haben die physischen Wahrnehmungen an diesen Himmelskörpern ihre würdige Stelle in der astronomischen Wissenschaft eingenommen.

Es liegt nahe, zu fragen, woher es wohl kommen mag, dass so interessante Beobachtungen so lange Zeit hindurch vernachlässigt worden sind, obwohl sie sich auf Himmelskörper beziehen, welche von den frühesten Zeiten her die Phantasie und den Verstand der Menschen mächtig anregten.

Nur zum Theil können daran die Schwierigkeiten Schuld sein, die sich der objectiven Wahrnehmung einer ziemlich complicirten Erscheinung darboten. In der Hauptsache liegt der Grund wohl darin, dass es an einer die Beobachtungen belebenden mathematischen Theorie fehlte.

Schon im Alterthum suchte man sich zwar eine Vorstellung von der Entstehung der Cometenschweife zu machen, aber die dabei ausgesprochenen Vermuthungen sind so vage, dass ich sie übergehen und nur auf eine historische Zusammenstellung derselben in Arago's „Astronomie populaire“ hinweisen möchte.[4])

Im 16. Jahrhundert glaubte Cardani[4]) in dem Schweife nur einen optischen Effect zu erkennen, indem er annahm, dass die Sonnenstrahlen durch den Cometenkörper gebrochen würden und durch Reflexion an den Aethertheilchen zu unserer Wahrnehmung gelangten.

Dieser phantastischen Erklärung schlossen sich Tycho Brahe[4]) und eine Zeit lang sein Schüler Kepler[5]) an; Galilei[4]) war ebenfalls damit einverstanden, und gegen Ende des 17. Jahrhunderts finden wir dieselbe Idee bei Leibnitz[6]) wieder. Aber bereits Kepler befreite sich von dieser, den Beobachtungen über die Krümmung der Schweife widersprechenden Hypothese und sprach 1609 seine Ansicht dahin aus, dass der Schweif aus Materie bestehe, die durch Einwirkung der Sonnenstrahlen vom Cometenkopfe losgerissen würde.[7])

---

[1]) Brandes, Vorlesungen über die Astronomie, Leipzig 1827, pg. 176, 192.

[2]) Olbers, loc. cit. pg. 9. Bessel, Astr. Nachr., Bd. XIII, pg. 202.

[3]) Winneke, loc. cit. pg. 41.

[4]) Arago, Populäre Astronomie, Deutsche Original-Ausgabe, Leipzig 1855, Bd. II, pg. 359 ff. — Ueberhaupt muss ich, den Zwecken der vorliegenden Abhandlung entsprechend, die geschichtliche Entwickelung der physischen Cometentheorien so kurz als möglich behandeln und kann nur auf die Litteratur verweisen, die Ausführliches zusammenzustellen erlaubt.

[5]) Pape, Astron. Nachrichten Bd. LII, pg. 150.

[6]) Wolf, Handbuch der Mathematik etc., Bd. II, pg. 348.

[7]) Für Näheres verweise ich auf: Zöllner, Natur der Cometen, pg. 132. Pape, Astr. Nachr., Bd. LII, pg. 154, 155.

Dieselbe der Undulationstheorie widersprechende Annahme stellte später Euler unabhängig von Kepler auf,[1]) obwohl er ein eifriger Vertheidiger der Huyghens-schen Theorie des Lichtes war.

Newton nimmt bei seiner Hypothese über die Entstehung der Cometenschweife die Sonnenwärme als bewegende Kraft an, aber er führt den hypothetischen Aether ein, um die Bewegung auf die Cometenmaterie zu übertragen.[2])

Die Ansichten Newton's von der physischen Beschaffenheit der Cometen sind unhaltbar, aber unvergesslich ist die Methode, die der geniale Mathematiker angegeben hat zur beiläufigen Bestimmung der Zeit, welche die Schweifmaterie gebraucht, um vom Kopfe des Cometen bis zum Ende des Schweifes zu gelangen.[3]) Dies ist die erste, nicht freudig genug zu begrüssende Anwendung der Mathematik auf das Problem der Schweifbildung. Newton[4]) selbst rechnete danach an den Beobachtungen des Cometen von 1680, und Olbers wandte diese Methode auf den grossen Cometen von 1811 an.

Ich habe noch die physikalischen Hypothesen von Laplace und W. Herschel zu erwähnen, die beide deshalb interessant sind, weil sie den Uebergang zu den späteren und exacteren Anschauungen bilden.

Nach der Ansicht von Laplace[5]), die auf bekannten thermischen Gesetzen beruht, schützt die bei Annäherung des Cometen an die Sonne entstehende Dampfhülle den Kern vor gänzlicher Verflüchtigung und giebt bei der Entfernung von der Sonne durch Condensation wieder Wärme ab. Diese Annahme bezieht sich allerdings nur auf den Kopf des Cometen, während die Bildung des Schweifes nicht berücksichtigt wird.

Herschel[3]) ging auf die Entstehung der Schweife ein. Er dachte sich die Nebelmaterie kugelförmig um den in weiter Entfernung von der Sonne befindlichen Cometen; näherte sich der Comet der Sonne, so sollte durch eine abstossende Kraft des Centralkörpers die Cometenmaterie von der Sonne abwärts getrieben werden. —

Wir stehen jezt an einem Markstein in der historischen Entwickelung des vorliegenden Problems. Bisher haben wir es mit Hypothesen zu thun gehabt, welche nur unbestimmte Vorstellungen von den Cometenerscheinungen gaben. Jetzt kommen wir zu den epochemachenden Betrachtungen des grossen Bremer Astronomen Olbers, die durch die glänzende Erscheinung des Cometen von 1811 veranlasst wurden.

Der Kern der Olbers'schen Ideen findet sich zum Theil bereits bei früheren Beobachtern, z. B. bei Herschel[6]), ja sogar bei Robert Hooke[7]). Aber Olbers

---

[1]) Pape, loc. cit. pg. 154—156.

[2]) Vergl. Zöllner, loc. cit. pg. 134 ff. Bessel, loc. cit. pg. 209.

[3]) Olbers, loc. cit. pg. 16.

[4]) Zöllner, l. c. pg. 136.

[5]) Brandes, l. c. pg. 195. Auch bei Bessel findet sich eine Bemerkung, welche die Ansicht von Laplace betrifft. Vgl. Bessel, l. c. pg. 208.

[6]) Vgl. die oben gegebene Darstellung der Herschel'schen Hypothese.

[7]) Winnecke, l. c. pg. 15. Pape, Astron. Nachr., Bd. LII, pg. 149.

war der erste, der diese Gedanken klar und im Zusammenhange aussprach, und seine Hypothese ist die einzige, die zu einer mathematischen Behandlung geführt hat.

Olbers nimmt den Beobachtungen entsprechend an, dass der Comet in der Richtung zur Sonne Theilchen ausstosse, und dass die Sonne ebenfalls eine Repulsivkraft auf die Materie des Cometen äussere. Das Zusammenwirken beider Kräfte bedingt bestimmte Bahnen der ausgestossenen Theilchen und somit die Gestalt der Schweife.

Brandes hat zuerst diese Olbers'sche Hypothese durch Rechnung verfolgt, und es ist sein Verdienst, für eine Anzahl von Cometen die Schweifcurven berechnet zu haben.[1])

Mehr als zwanzig Jahre verflossen dann, ohne dass die neue Hypothese weiter entwickelt und zur Erklärung der complicirten Cometenerscheinungen herangezogen wurde. Erst die Wiederkehr des Halley'schen Cometen, dessen Beobachtung im Jahre 1682 bereits Hooke zu bemerkenswerthen Wahrnehmungen geführt hatte, gab die Veranlassung zu jener meisterhaften Theorie Bessel's[2]), welche auf der von Olbers und Brandes geschaffenen Grundlage zum ersten Mal sämmtliche physischen Erscheinungen eines Cometen durch mathematisch-physikalische Betrachtungen darzustellen suchte. Es galt nunmehr diese erste umfassende Theorie auch auf andere Cometen anzuwenden, um ihren Werth zu prüfen. Aber wieder vergingen mehr als zwanzig Jahre, bis Pape[3]) die Bessel'sche Theorie auf den Donati'schen Cometen anwandte und sie in einigen Punkten weiter führte.

Seinem Beispiel folgte A. Winnecke[4]), der ausser dem Cometen von 1858 noch den von 1862 bearbeitete.

Auch Bond[5]) und J. Schmidt[6]) betheiligten sich theils bei der Sammlung, theils bei der Discussion der für die neue Theorie wichtigen Beobachtungen.

Nachdem einmal die mathematische Behandlung des Problems und die Discussion der Beobachtungen bis zu einer bestimmten Entwickelung gelangt waren, stellte Zöllner[7]) physikalische Betrachtungen über die bei den Cometenerscheinungen wirksamen Kräfte an, und es gelang ihm, interessante Beziehungen zu finden und die Hypothesen von Tyndall und Faye zu widerlegen.

Eine weitere Förderung erhielt das vorliegende Problem in neuester Zeit

---

[1]) Brandes, l. c. pg. 168, Anmerkung.

[2]) Bessel, Astron. Nachrichten, Bd. XIII, No. 300, 301, 302.

[3]) Pape, Astron. Nachr., Bd. 49, No. 1172—1174.

[4]) Winnecke, Mémoires de l'academie impér. des Sciences de St. Pétersbourg, VIIme Série, Tome II, No. 1, Tome VII, No. 7.

[5]) Bond, Account of the great Comet of 1858, Annals of the Observatory of Harvard College, Vol. III.

[6]) J. Schmidt, Astronomische Beobachtungen über Cometen; Publications de l'observatoire d'Athènes, Ire Série, Tome I.

[7]) Zöllner, loc. cit., und Wissenschaftliche Abhandlungen, Bd. II, 2; ferner Astron. Nachr., Bd. 86, No. 2057—2060; Bd. 87, No. 2082—2086.

durch die Arbeiten des Directors der Sternwarte in Moskau Th. Bredichin[1]), der auf Grundlage der Bessel'schen Theorie unsere Kenntnisse über die cometarischen Phänomene erheblich vermehrt hat. —

Allerdings ist auch unser heutiges Wissen über die physische Beschaffenheit der Cometen nur gering, und mehr als auf jedem anderen Gebiete der Astronomie gilt hier der ernste und schöne Ausspruch, den Laplace gethan hat:

„Ce que nous connaissons est peu de chose, mais ce que nous ignorons est immense."

Dennoch zeigt die soeben kurz angedeutete historische Entwickelung, dass das Problem, die Natur der Cometen zu erforschen, sich stetiger Vertiefung erfreut hat, und dass bei ihm, wie in der gesammten Geschichte astronomischer Wissenschaft, ein ermuthigendes Gesetz der Continuität herrscht. —

Die Grundlage für eine physiche Theorie der Cometen bildet die classische Arbeit von Bessel „Beobachtungen über die physische Beschaffenheit des Halley-schen Cometen und dadurch veranlasste Bemerkungen".[2])

Der grosse Königsberger Astronom hat mit dieser Abhandlung den Forschern ein „Vademecum" hinterlassen, welches sie befähigt, das Problem der cometarischen Phänomene in seiner ganzen Tragweite zu erkennen und zu einer immer vollständigeren Lösung desselben beizutragen. Die Bessel'sche Arbeit ist im weitesten Sinne des Wortes eine fundamentale zu nennen, denn eine gründliche und kritische Durcharbeitung derselben führt auf sämmtliche Fragen, deren Beantwortung das Problem, die Natur der Cometen zu erforschen, verlangt.

Daher soll es im Folgenden unsere Aufgabe sein, eine sorgfältige Durcharbeitung der Bessel'schen Theorie zu geben unter kritischer Benutzung alles dessen, was von Pape, Winnecke, Bond, Schmidt, Zöllner und Bredichin auf Grund derselben festgestellt worden ist.

Unsere Betrachtungen werden sich zuerst auf die Natur der Cometenmaterie richten; dann sollen die Bewegungen dieser Materie in's Auge gefasst und mathematisch dargestellt werden, und schliesslich gilt es, Aufschluss über das Wesen der bei den Cometenerscheinungen wirksamen Kräfte zu erlangen.[3])

Dabei soll der Schwerpunkt der vorliegenden Untersuchungen in den zweiten Theil, der von der Mechanik der Cometenmaterie handelt, gelegt werden.

---

[1]) Bredichin, Annales de l'observatoire de Moscou, vol. III, livr. 1, 2; vol. IV, livr. 1; vol. V, livr. 1, 2; vol. VI, livr. 1; vol. VII, livr. 1, 2; vol. VIII, livr. 1. Ferner Copernikus, an international Journal of Astronomy edit. by Copeland and Dreyer, No. 27, März 1883; No. 29 u. 30, Mai—Juni 1883.

[2]) Astron. Nachrichten, Bd. XIII, No. 300, 301, 302.

[3]) Am Schluss der Abhandlung füge ich noch eine Litteratur-Uebersicht für das vorliegende Problem bei.

Capitel I.

Ueber die Natur der Cometenmaterie.

§ 1.

Die Beobachtungen haben gelehrt, dass man an den Cometen Kern, Coma und Schweif unterscheiden muss, wobei unter Coma die gesammte Nebelhülle zu verstehen ist, welche den Kern umgiebt, aber sich nicht in den Schweif fortsetzt.[1])

Es folgt ferner aus den Beobachtungen, dass die Cometen schweiflos sind, so lange sie sich in Theilen ihrer Bahn befinden, die von der Sonne entfernt liegen. Ihr Körper besteht dann nur aus einer Nebelhülle theils mit, theils ohne kernartige Verdichtung nach der Mitte. Nähert sich der Comet der Sonne, so entwickeln sich Ausströmungen aus dem Kern, und die ausgeströmte Materie bildet den Schweif.

Die Schweife zeigen vielfach eine dunkle Zone, welche man oft fälschlich als Schatten des Kerns bezeichnet hat.[2]) Diese Erscheinung führt nach bekannten photometrischen Principien[3]) zu der Annahme, dass der Schweif aus einer conoidischen Mantelfläche besteht. Bei dem Cometen von 1811 scheint die einfache Hypothese eines hohlen Conoides den Erscheinungen zu genügen, während der Donati'sche Comet die Annahme sehr vieler ineinander liegender conoidischer Mäntel nothwendig gemacht hat.[4])

Die Masse der Cometen ist im Verhältniss zu derjenigen der Planeten verschwindend klein, während ihr Volumen oft ausserordentlich gross ist; daraus folgt, dass die Dichtigkeit der Cometenmaterie eine äusserst geringe sein muss.

Dem entsprechend ist auch das optische Verhalten dieser Materie.

Man hat trotz genauer Messungen noch keine Brechung des Lichtes beim Durchgang durch den Cometennebel wahrnehmen können.

Der erste, der sich mit Untersuchungen über die cometarische Refraction beschäftigte, war Olbers[5]), der nicht die geringste Strahlenbrechung nachweisen

---

[1]) Von Olbers wird diese den Kern umgebende Nebelhülle die „eigenthümliche Atmosphäre“ genannt. Vergl. Olbers, l. c. pg. 6.

[2]) Olbers, l. c. pg. 11.

[3]) Arago, Populäre Astronomie, Bd. II, pg. 356.

[4]) Winnecke, l. c. (1858), pg. 56 ff.

[5]) Olbers, l. c. pg. 15.

konnte. Dasselbe negative Resultat erhielt Struve[1]) durch seine Messungen beim Biela'schen Cometen, und auch Bessel[2]) vermochte trotz ausserordentlich feiner Beobachtungen keine strahlenbrechende Kraft der Cometenmaterie zu finden.

Es ist von Interesse, die Bessel'schen Messungen kurz zu besprechen. Bessel schlägt zwei Untersuchungsmethoden vor, die eine qualitativ, die andere quantitativer Natur. Die erstere beruht auf einer photometrischen Schätzung des Cometenlichtes, wenn sich helle Sterne in der Nähe des Cometen befinden; sie lässt sich jedoch nur anwenden, so lange das Licht des Cometen schwach ist. Die zweite Methode, welche eine genaue Bestimmung des Werthes der Strahlenbrechung erlaubt, gründet sich auf Messungen des Winkelabstandes zweier schwacher Sterne, von denen der eine erst ausserhalb, dann innerhalb des Cometennebels stand.

Die Genauigkeit der dabei angestellten Heliometer-Messungen ist so gross, dass eine Strahlenbrechung im Betrage von einer Bogensekunde mit Leichtigkeit sich hätte wahrnehmen lassen.[3])

In neuester Zeit haben sich W. Meyer[4]) und G. Cellerier[5]) mit der cometarischen Refraction beschäftigt. Cellerier hat theoretische Untersuchungen angestellt über die Veränderung, welche der scheinbare Ort eines Sternes erfährt, der von einem Cometen bedeckt wird.

In seiner ersten Abhandlung[6]) über diesen Gegenstand hat Cellerier angenommen, dass der Schweif eines Cometen aus homogenen Cylinderflächen zusammengesetzt ist. Aus den Beobachtungen von W. Meyer hat sich aber ergeben, dass diese Annahme irrig ist, und dass die Dichtigkeit in den Schichten variirt, indem sie gegen den Kern hin zunimmt.[7]) Daher sind die Resultate, welche W. Meyer aus seinen Beobachtungen nach den Formeln dieser Theorie abgeleitet hat, unsicher, und somit ist auch die geringe Refraction, die er für den Cometen 1881 III gefunden haben will, in Frage gestellt. Auch Bessel's Beobachtungen am Halley'schen Cometen hat W. Meyer nach der ungenauen Theorie von Cellerier neu reducirt. Im Gegensatz zu Bessel findet er eine merkliche Refraction, aber die Grösse des für die Bessel'schen Messungen gefundenen wahrscheinlichen Fehlers lehrt a priori, dass die Formeln, nach denen gerechnet ist, nicht richtig sind. Denn der wahrscheinliche

---

[1]) Arago, l. c. Bd. II. pg. 425, Anmerkung 51.

[2]) Bessel, l. c. §. 7.

[3]) Bessel, populäre Vorlesungen, Hamburg 1848. pg. 150.

[4]) W. Meyer, Etude sur la réfraction cométaire in den Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève. Tome XXVIII, No. 4.

[5]) G. Cellerier, Réfraction cométaire, Archives des sciences physiques. T. VIII, Octobre 1882.

[6]) G. Cellerier, loc. cit.

[7]) Dies war eigentlich a priori vorauszusetzen.

Nach dieser besseren Hypothese hat dann Cellerier seine Formeln corrigirt. Vergl. Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève. Tome XXVIII, No. 5.

Dagegen liegen bis jetzt noch keine neuen Rechnungen von W. Meyer vor.

Fehler der einen Refractionscomponente beträgt nach W. Meyer[1]) 1".427, der der anderen 0".727, während der Fehler einer einzigen Heliometer-Einstellung schon die Bogensekunde nicht erreichen kann.

§. 2.

Wenn es auch nicht gelungen ist, eine bemerkenswerthe Strahlenbrechung bei der Cometenmaterie nachzuweisen, so ist doch festgestellt, dass dieselbe Lichtstrahlen absorbirt. Die Beobachtungen von Olbers[2]) und Bessel[3]) lassen eine merkliche Absorption erkennen; die späteren Beobachter scheinen diesen Punkt etwas ausser Acht gelassen zu haben, und doch wären photometrische Schätzungen zur beiläufigen Bestimmung der Grösse der Absorption wünschenswerth.[4])

Eine weitere Bestätigung, dass die Cometenmaterie wirklich absorbirend auf die Lichtstrahlen wirkt, ergieht sich aus der Polarisation des Cometenlichtes, denn ein absolut durchsichtiger Körper würde keine Strahlen reflectiren. Die Polarisation des Cometenlichtes wurde zuerst von Arago, der sich überhaupt um die Anwendung des Malus'schen Gesetzes hoch verdient gemacht hat, am Cometen von 1819 und dann am Halley'schen Cometen beobachtet.[5])

Aehnliche das Arago'sche Resultat bestätigende Messungen sind von J. Schmidt,[6]) Airy,[7]) Bruhns,[7]) Liais[7]) und in neuester Zeit von H. C. Vogel[8]) ausgeführt worden. Daraus folgt, dass ein Theil des Lichtes, das von den Cometen ausgestrahlt wird, reflectirtes Sonnenlicht ist; aber nur ein Theil kann es sein, wie schon von Bessel[9]) und Winnecke[10]) angedeutet und durch neuere spectroscopische Untersuchungen, die Eigenlicht der Cometen nachweisen, bestätigt ist.

---

[1]) W. Meyer, loc. cit. pg. 29.

Uebrigens scheint mir die Frage nach dem Werthe der jedenfalls äusserst kleinen Cometen-Refraction für die physische Beschaffenheit der Cometen nur von geringer Bedeutung zu sein. Denn aus den spectroscopischen Untersuchungen wissen wir, dass die Cometenmaterie zum grossen Theil gasförmig ist. Allerdings bleibt die vorliegende Frage ein Problem, dessen Lösung anzustreben ist.

[2]) Olbers, l. c. pg. 15.

[3]) Bessel, l. c. §. 8, pg. 207.

[4]) Hierbei ist zu beachten, dass das Licht des Sterns auf dem hellen Grunde des Cometennebels an und für sich schwächer erscheint.

Merkwürdig und bisher unerklärlich sind die beiden Beobachtungen, welche von Piazzi und Reslhuber vorliegen und aussagen, dass ein Stern beim Durchscheinen durch den Cometennebel angeblich lichtheller gesehen sei. Vergl. Arago, l. c. pg. 425, Anmerkung 51.

[5]) Arago, l. c. pg. 368 ff.

[6]) J. Schmidt, l. c. pg. 49 ff.

[7]) Bond, l. c. pg. 305—310.

[8]) H. C. Vogel, Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam, Bd. II, pg. 178, 184.

[9]) Bessel, l. c. pg. 207.

[10]) Winnecke, Pulkowaer Beobachtungen des hellen Cometen von 1862, pg. 18.

Daher muss eine Schlussfolgerung, welche J. Schmidt vor etwa zwanzig Jahren gezogen hat, fallen, denn es heisst darin:[1])

> „Da das electrische Licht als ein primäres nicht polarisirt erscheinen würde, so ist es minder wahrscheinlich, dass die Lichtentwickelung der Cometen auf electrischen Hergängen beruhe."

In der That hat das Spectroscop, eines der wichtigsten Hülfsmittel bei Erforschung der physischen Beschaffenheit der Himmelskörper, gelehrt, dass der Hauptheil des Cometenlichtes Eigenlicht ist, und nur ein kleiner Theil aus reflectirtem Sonnenlicht besteht.[2]) Hiermit steht es auch in Uebereinstimmung, dass noch niemals Lichtphasen an Cometen zweifellos beobachtet sind.

Sogar den Schleier, der über der Zusammensetzung der Cometenmaterie lag, hat die spectroscopische Untersuchung gelüftet, und es ist nachgewiesen, dass Kohlenwasserstoffverbindungen und Stickstoff in den Cometen enthalten sind.[3]) Auch das Dasein von Metallen, besonders von Natrium, ist constatirt.[4])

Im dritten Capitel der vorliegenden Abhandlung werden wir noch etwas näher auf die überaus interessanten und wichtigen Resultate der neuesten spectralanalytischen Untersuchungen eingehen.

§. 3.

Bessel[5]) hat in Uebereinstimmung mit Olbers angenommen, dass die Cometenmaterie nicht gasförmig sei, sondern aus discreten Theilchen bestehe. Zu dieser An-

---

[1]) J. Schmidt, l. c., pg. 66, No. 4.

[2]) Ausführliches über die Spectralanalyse der Cometen giebt B. Hasselberg, „Ueber die Spectra der Cometen" in d. Mémoires de l'académie impériale des Sciences de St. Pétersbourg. VII[e] Série, Tome XXVIII, No. 2, 1880.

In allerneuester Zeit ist es auch gelungen, die Photographie zur Untersuchung des Cometenlichtes anzuwenden. In dem Annuaire pour l'an 1882 publié par le bureau des longitudes à Paris, weist Herr Janssen nach, dass die photographische Methode im Stande ist, zur Lösung photometrischer Probleme wie Intensitätsmessungen und Verhältnissbestimmungen des Eigenlichtes zum reflectirten beizutragen (l. c., pg. 773—786).

Es ist dies ein schönes Beispiel, wie die drei wichtigen Hülfsmittel der physischen Astronomie: Fernrohr, Spectroscop und photographischer Apparat, zusammen arbeiten. (Vergl. auch Janssen, Annuaire pour 1883, pg. 779 ff.)

[3]) Hasselberg, loc. cit. und Comptes rendus, 1881, Bd. 93, pg. 26, 27.

[4]) Astron. Nachr., Bd. 102, No. 2437.

[5]) Bessel, l. c. pg. 206.

sicht wurden die beiden Astronomen durch das Fehlen der Refraction und das Vorhandensein einer Absorption und Reflexion geführt. Olbers[1]) vergleicht den Cometenschweif direct mit einem aus getrennten Wassertheilchen bestehenden Nebel, der ebenfalls ohne strahlenbrechende Kraft das Licht schwächt und zurückwirft.

Wir wissen heute aus dem spectroscopischen Verhalten des Lichtes der Cometen, dass ihre Materie mit Ausnahme des Kernes, wenigstens zum grossen Theil, gasförmig sein muss. Allerdings sind wir wegen der unmessbar kleinen Refraction genöthigt, diese gasförmige Materie in einem Zustande ausserordentlicher Verdünnung anzunehmen.

---

[1]) Olbers, l. c. pg. 16.

Capitel II.

Mechanik der Cometenmaterie.

Der Mechanik erster Theil: Ueber die Bewegung der Ausströmungsfigur.

§ 4.

Wir haben bereits gesehen (vergl. § 1), dass der Kern eines Cometen die Quelle für das interessante Phänomen der Ausströmungen bildet.

Veränderungen in der Richtung dieser Ausströmungen wahrzunehmen, gelang zuerst Bessel[1]), und er verstand es auch, seinen Beobachtungen einen mathematischen Ausdruck zu verleihen.

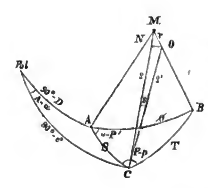
Wenn man den Positionswinkel für die Mittellinie der Ausströmungsfigur beobachtet und ihn mit dem Positionswinkel des grössten Kreises, der Sonne und Comet verbindet, zusammenstellt, so findet man den Winkel zwischen den Richtungen der Sonne und der Ausströmung. Die Beobachtungen lehren nun, dass dieser Winkel Schwankungen unterworfen ist, in der Art, dass die Axe der Ausströmungsfigur sich bald links, bald rechts von der Richtung nach der Sonne befindet. Was die Beobachtungen erkennen lassen, ist die scheinbare, auf die Himmelskugel projicirte Bewegung, und es gilt daher Formeln abzuleiten, um aus der scheinbaren die wahre Bewegung zu finden. Zu dem Ende muss man die Relationen aufsuchen, welche zwischen den beobachteten Positionswinkeln der Axe der Ausströmungsfigur und den Elementen ihrer Drehung bestehen.

Man denke sich von dem Mittelpunkte des Kometenkerns M (vergl. Figur auf der folgenden Seite) gerade Linien in Richtung der Drehungsaxe der Schwingungen, der Axe der Ausströmung und der Entfernung des Cometen von der Erde gezogen.

Ihre Schnittpunkte mit der Himmelskugel seien A, B, C, welche beziehlich den Pol der Drehung, den Pol der Ausströmung und den cometocentrischen Ort der Erde darstellen. Von den Seiten des sphärischen Dreiecks ABC ist AB der Winkel zwischen den Axen der Drehung und Ausströmung $= \Theta$, BC die Entfernung der Erde vom Pole der Ausströmungsaxe $= T$ und CA der Abstand des Poles der Drehung von der Erde $= S$.

---

[1]) Bessel, l. c. § 2, § 3, § 4.



Der Winkel bei A sei $= u - P'$, der bei $C = P - p$, dann ist u der Positionswinkel der Ausströmungsaxe am Pole der Drehung und P' der Positionswinkel des Erdortes an demselben Pol. P bezeichnet den Positionswinkel der Drehungsaxe am geocentrischen Cometenorte, und p endlich stellt den beobachteten Positionswinkel der Ausströmungsaxe dar.

Die Auflösung des sphärischen Dreiecks ABC ergiebt folgendes:

$$(1)\quad \begin{cases} \text{Cos}\, T = \text{Cos}\, S\, \text{Cos}\, \Theta + \text{Sin}\, S\, \text{Sin}\, \Theta\, \text{Cos}\,(u - P') \\ \text{Sin}\, T\, \text{Cos}\,(P - p) = \text{Sin}\, S\, \text{Cos}\, \Theta - \text{Cos}\, S\, \text{Sin}\, \Theta\, \text{Cos}\,(u - P') \\ \text{Sin}\, T\, \text{Sin}\,(P - p) = \text{Sin}\, \Theta\, \text{Sin}\,(u - P') \end{cases}$$

Jetzt nimmt man auf MB einen Punkt O in der Entfernung r vom Mittelpunkte des Cometenkerns an, so dass $MO = r$ die Ausdehnung der Ausströmung in Richtung der Axe darstellt. Bezeichnet man die Entfernungen, welche M und O vom Erdorte haben, beziehlich durch ϱ und ϱ' und den Winkel, unter welchem r von C aus gesehen wird, durch s, so erhält man nach Fällung der Normalen ON auf MC die Ausdrücke:

$$(2)\quad \begin{cases} \varrho'\, \text{Cos}\, s = CN = \varrho - r\, \text{Cos}\, T \\ \varrho'\, \text{Sin}\, s = ON = r\, \text{Sin}\, T \end{cases}$$

Substituirt man die Gleichungen (1) in (2), so folgt

$$(3)\quad \begin{cases} \varrho'\, \text{Cos}\, s = \varrho - r\, \{\text{Cos}\, S\, \text{Cos}\, \Theta + \text{Sin}\, S\, \text{Sin}\, \Theta\, \text{Cos}\,(u - P')\} \\ \varrho'\, \text{Sin}\, s\, \text{Cos}\,(P - p) = r\, \{\text{Sin}\, S\, \text{Cos}\, \Theta - \text{Cos}\, S\, \text{Sin}\, \Theta\, \text{Cos}\,(u - P')\} \\ \varrho'\, \text{Sin}\, s\, \text{Sin}\,(P - p) = r\, \text{Sin}\, \Theta\, \text{Sin}\,(u - P') \end{cases}$$

Bezeichnet man die geocentrische Rectascension und Declination des Cometen durch α und δ, dieselben Coordinaten für den Pol der Drehung durch A und D, so erhält man aus dem sphärischen Dreiecke (Pol, A, C) folgende Gleichungen zur Bestimmung von S, P und P'

$$(4)\quad \begin{cases} \text{Cos}\, S = -\text{Sin}\, \delta\, \text{Sin}\, D - \text{Cos}\, \delta\, \text{Cos}\, D\, \text{Cos}\,(A - \alpha) \\ \text{Sin}\, S\, \text{Cos}\, P = \text{Cos}\, \delta\, \text{Sin}\, D + \text{Sin}\, \delta\, \text{Cos}\, D\, \text{Cos}\,(A - \alpha) \\ \text{Sin}\, S\, \text{Sin}\, P = \text{Cos}\, D\, \text{Sin}\,(A - \alpha) \\ \text{Sin}\, S\, \text{Cos}\, P' = -\text{Sin}\, \delta\, \text{Cos}\, D + \text{Cos}\, \delta\, \text{Sin}\, D\, \text{Cos}\,(A - \alpha) \\ \text{Sin}\, S\, \text{Sin}\, P' = -\text{Cos}\, \delta\, \text{Sin}\,(A - \alpha) \end{cases}$$

Zur bequemeren logarithmischen Rechnung führt man folgende Hülfsgrössen ein:

$$(5)\qquad \begin{aligned} \operatorname{Tg} G &= \operatorname{Cotg} D \operatorname{Cos}(A-\alpha) \\ \operatorname{Tg} G' &= \operatorname{Cotg} \delta \operatorname{Cos}(A-\alpha) \end{aligned}$$

und erhält durch einfache Rechnungsoperationen[1])

$$(6)\qquad \begin{cases} \operatorname{Cotg} S = -\operatorname{Cos} P \operatorname{Tg}(G+\delta) = \operatorname{Cos} P' \operatorname{Tg}(G'+D) \\ \operatorname{Tg} P = \dfrac{\operatorname{Sin} G \operatorname{Tg}(A-\alpha)}{\operatorname{Cos}(G+\delta)} \\ \operatorname{Tg} P' = \dfrac{\operatorname{Sin} G' \operatorname{Tg}(A-\alpha)}{\operatorname{Cos}(G'+D)} \end{cases}$$

Die Gleichungen (3) lassen noch eine wesentliche Transformation zu. Da r im Verhältniss zu ϱ verschwindend klein ist, so kann man $\varrho' = \varrho$ setzen, und wenn man die perspectivische Verkürzung von r durch n bezeichnet, also $ON = n \cdot r$ annimmt, so wird

$$(7)\qquad \operatorname{Sin} s = \frac{n \cdot r}{\varrho'} = \frac{n \cdot r}{\varrho}$$

Daher schreiben sich die beiden letzten der Gleichungen (3), wenn man noch die Winkeldifferenzen auf der linken Seite umkehrt, in folgender Form:

$$(8)\qquad \begin{aligned} n \operatorname{Cos}(p-P) &= \operatorname{Sin} S \operatorname{Cos} \Theta - \operatorname{Cos} S \operatorname{Sin} \Theta \operatorname{Cos}(u-P') \\ n \operatorname{Sin}(p-P) &= -\operatorname{Sin} \Theta \operatorname{Sin}(u-P') \end{aligned}$$

Bei bestimmten Annahmen über Θ lassen sich hieraus u der Positionswinkel der Ausströmung am Pole der Drehung und n die perspectivische Verkürzung der Mittellinie der Ausströmung berechnen, da S, P und P' durch die Gleichungen (6) gegeben sind.

§. 5.

Die Gleichungen (8) des vorigen Paragraphen gelten ganz allgemein, welches auch die Ebene sein mag, in der die Schwingungen der Ausströmungsfigur stattfinden.

Von besonderem Interesse sind jedoch zwei specielle Fälle. Der erste Fall

---

[1]) So ergiebt die Division der dritten und zweiten der Gleichungen (4)

$$\operatorname{Tg} P = \frac{\operatorname{Cos} D \operatorname{Sin}(A-\alpha)}{\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin} D + \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Cos} D \operatorname{Cos}(A-\alpha)} = \frac{\operatorname{Tg}(A-\alpha)}{\dfrac{\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Tg} D}{\operatorname{Cos}(A-\alpha)} + \operatorname{Sin}\delta} \quad \text{und nach (5)}$$

$$= \frac{\operatorname{Tg}(A-\alpha)}{\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cotg} G + \operatorname{Sin}\delta} = \frac{\operatorname{Sin} G \operatorname{Tg}(A-\alpha)}{\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos} G + \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Sin} G} = \frac{\operatorname{Sin} G \operatorname{Tg}(A-\alpha)}{\operatorname{Cos}(G+\delta)}$$

tritt ein, wenn $\Theta = 90°$ wird, und die Schwingungen der Ausströmungsfigur in der Bahnebene des Cometen um eine dazu senkrechte Axe vor sich gehen. Der zweite Fall ist der, dass Θ einen beliebigen aber constanten Werth hat, und A der cometocentrische Ort der Sonne also MA der Radiusvector des Cometen wird. (Figur pg. 12) Dann schneidet die Axe der Ausströmung den Radiusvector unter einem beständigen Winkel und dreht sich in einer Kegelfläche um denselben.

§. 6.

Im ersten der angegebenen Fälle haben wir es mit pendelartigen Schwingungen der Axe der Ausströmungsfigur um den Radiusvector des Cometen als Gleichgewichtslage zu thun.

Die Coordinaten des Poles der Drehung A und D stehen dann in einfacher Beziehung zur Knotenlänge und Neigung der Cometenbahn. Bezeichnet man nämlich die Länge des aufsteigenden Knotens in der Ebene des Aequators gezählt mit N und die Neigung der Bahn gegen dieselbe Ebene mit I, so wird

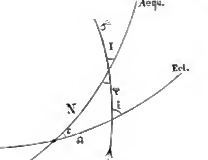
$$\text{(9)} \qquad \begin{aligned} A &= N - 90° \\ D &= 90° - I \end{aligned}$$

Die beiden Grössen N und I ergeben sich dabei aus den Bahnelementen Knoten und Neigung, bezogen auf die Ecliptik als Grundebene, unter Berücksichtigung der Schiefe der Ecliptik.[1])

Wenn ausserdem die Rectascensionen und Declinationen des Cometen bekannt sind, so findet man aus den Gleichungen (6) die Grössen S, P und P'. Die Gleichungen (8) zur Bestimmung von u und n vereinfachen sich im vorliegenden speciellen Falle sehr

---

[1]) Die bekannten Formeln sind (vgl. nebenstehende Figur):



Ecliptik: ☊, i Aequator: N, I Schiefe: ε

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{Tg}\frac{N+\psi}{2} = \operatorname{Tg}\frac{☊}{2}\,\frac{\operatorname{Sin}\left(\frac{i+\varepsilon}{2}\right)}{\operatorname{Sin}\left(\frac{i-\varepsilon}{2}\right)}$$

$$\text{(2)} \qquad \operatorname{Tg}\frac{N-\psi}{2} = \operatorname{Tg}\frac{☊}{2}\,\frac{\operatorname{Cos}\left(\frac{i+\varepsilon}{2}\right)}{\operatorname{Cos}\left(\frac{i-\varepsilon}{2}\right)}$$

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{Cotg}\frac{I}{2} = \operatorname{Cotg}\frac{i+\varepsilon}{2}\,\frac{\operatorname{Sin}\frac{N+\psi}{2}}{\operatorname{Sin}\frac{N-\psi}{2}}$$

beträchtlich, da $\Theta = 90°$ ist. Die betreffenden Ausdrücke nehmen folgende einfachere Gestalt an

$$(10) \qquad \begin{aligned} n \operatorname{Cos}(p - P) &= -\operatorname{Cos}(u - P') \operatorname{Cos} S \\ n \operatorname{Sin}(p - P) &= -\operatorname{Sin}(u - P'), \end{aligned}$$

woraus man

$$(11) \qquad \begin{aligned} \operatorname{Tg}(u - P') &= \operatorname{Tg}(p - P) \operatorname{Cos} S \\ n &= \frac{\operatorname{Sin}(u - P')}{\operatorname{Sin}(P - p)} \end{aligned}$$

findet. Setzt man in die erste der Gleichungen (11) für p einmal den beobachteten Positionswinkel der Ausströmung und das andere Mal den Positionswinkel der Sonne, so erhält man zwei Werthe, u und u', deren Differenz den Winkel angiebt, welchen die Axe der Ausströmung mit dem Radiusvector des Cometen bildet. Die Veränderungen dieses Winkels geben die wahre Bewegung der Ausströmungsfigur in der Bahnebene des Cometen an.

§. 7.

In dem zweiten speciellen Falle, den wir zu betrachten haben, führt die Mittellinie der Ausströmungsfigur conische Schwingungen um den Radiusvector des Cometen als Axe aus. In diesem Falle sind die Coordinaten des Punktes A die cometocentrischen Sonnencoordinaten. Dieselben sind veränderlich, und wir haben es daher jetzt mit Drehungen um eine bewegliche Axe zu thun, während im ersten Falle der Pol der Drehung fest lag. Ueberhaupt sind die Rechnungen bei dieser Annahme complicirter, weil die Formeln (8) — pg. 13 — ohne Vereinfachung zur Berechnung des Winkels u und der perspectivischen Verkürzung n anzuwenden sind. Natürlich muss man dabei über Θ eine bestimmte Voraussetzung machen.

§. 8.

Wir wollen nunmehr die weitere Discussion der beiden, in den vorigen Paragraphen behandelten Bewegungen geben und die Vergleichung ihrer Resultate mit den Beobachtungen vornehmen.

Die zuerst durchgeführte Annahme von pendelartigen Schwingungen der Ausströmungsfigur in der Bahnebene führt nach Berechnung der Beobachtungen zu einer Reihe von Werthen $u - u'$ (vergl. §. 6), deren Fortschreiten zu beachten ist. Es kommt nämlich darauf an, den Gang der gefundenen Zahlenwerthe durch eine continuirliche Function darzustellen. Das Resultat der darauf gerichteten Betrachtungen kann positiv oder negativ sein, und je nachdem haben wir es mit einer regelmässig periodischen oder mit einer unregelmässigen Bewegung der Ausströmungsfigur

zu thun. Nur im ersten Falle ist eine eingehendere Untersuchung möglich, und von besonderem Interesse sind dabei die Periode und die Amplitude der schwingenden Bewegung.

Bezeichnet man die Amplitude mit α und die Periode mit T, so kann man die Gleichung, welche eine regelmässig periodische Bewegung der Ausströmungsfigur darstellt, in folgender Form schreiben

$$(12) \qquad u = u^{\circ} \pm \alpha \ \text{Sin} \left[t. \frac{2\pi}{T} \right] ,$$

wobei t sich auf einen passend gewählten Anfangspunkt der Zeit bezieht, als welchen man den Moment wählen wird, in welchem die Axe der Ausströmungsfigur ihre Gleichgewichtslage passirt.

Sobald es gelungen ist, eine periodische Formel für die Schwingungen der Ausströmungsfigur aufzustellen, muss man untersuchen, wie dieselbe die beobachteten Positionswinkel darstellt. Zu dem Zwecke berechnet man p mit Benutzung der Formeln (12) und (11) und vergleicht die so berechneten Positionswinkel der Ausströmung mit den beobachteten, indem man den Unterschied Rechnung minus Beobachtung aufstellt.

Bei der Discussion der gefundenen Unterschiede muss man über die unvermeidlichen Unsicherheiten der Beobachtungen hinreichend orientirt sein, um in Betreff der Richtigkeit oder Unrichtigkeit der abgeleiteten Formel entscheiden zu können.

Auf diesen wichtigen Punkt wollen wir etwas näher eingehen und hervorheben, von welcher Bedeutung Messungen oder Schätzungen über die Unsicherheit der beobachteten Positionswinkel der Ausströmung sind. Winnecke hat in seiner Abhandlung über den hellen Cometen des Jahres 1862 werthvolle Bestimmungen über die zufälligen Fehler beim Messen der Positionswinkel der Ausströmung gemacht.[1]) Erheblich grössere Schwierigkeiten bieten jedoch die systematischen Fehler, welche bei diesen Einstellungen nur unter den allergünstigsten Umständen zu vermeiden sind. In den Pulkowaer Beobachtungen des grossen Cometen von 1858 hat Winnecke sich des Näheren darüber ausgesprochen, indem er die Schwierigkeiten hervorhebt, welche bei Definition der Mittellinie der Ausströmungsfigur sich zeigen.[2]) Auch äussere Umstände, wie Durchsichtigkeit der Luft, Mondschein u. s. w., sind hierbei von Einfluss.

§. 9.

Wenn auch nur die regelmässig periodischen Bewegungen der Ausströmung eine eingehende Untersuchung gestatten, so verdienen doch gewisse unregelmässige Bewegungen derselben ebenfalls Beachtung. Es kann nämlich vorkommen, — und die

---

[1]) Winnecke, 1862, loc. cit. pg. 29, 30.

[2]) Winnecke, 1858, l. c. pg. 42, 43.

Ausströmungsphänomene am Donati'schen Cometen[1]) bestätigen es — dass ein Theil der Schwingungen sich durch eine einfache Sinusformel darstellen lässt [vergl. Gleichg. (12)], während die übrigen erhebliche Abweichungen zeigen. Aus dem Gange der gefundenen Zahlenwerthe kann man sich ein Bild verschaffen, wie und zu welchen Zeiten solche Störungen eingreifen. Vergleicht man die so gefundenen mechanischen Resultate mit den Beobachtungen, welche über das Aussehen der Ausströmungsfigur angestellt sind, so ist es nicht unmöglich, dass man zu beachtenswerthen Beziehungen geführt wird. So fand Pape in den Schwingungen der Ausströmung am Donati'schen Cometen eine ziemlich plötzliche Störung zu einer Zeit eintreten, als eigenthümliche Erscheinungen in der Ausströmungsfigur wahrgenommen wurden.[2]) Pape schliesst daraus auf Veränderungen in der Figur der Ausströmung, welche die Beobachtung eines regelmässigen Ganges der Richtungsänderungen vereitelten. Aber es ist wohl viel wahrscheinlicher, dass man es nicht nur mit einer Trübung der Beobachtungen, sondern wirklich mit einer mechanischen Störung zu thun hat, welche durch die erheblich veränderte Ausströmung veranlasst worden ist.

§ 10.

Wir haben bisher die beiden speciellen Fälle der Gleichungen (8) (in §. 4), welche zwei verschiedenen Annahmen über die Schwingungen der Ausströmungsfigur entsprechen, im wesentlichen theoretisch behandelt. Nunmehr sollen diese beiden Voraussetzungen an der Hand der Beobachtungen geprüft werden, um über den Grad ihrer Wahrscheinlichkeit ein Urtheil zu gewinnen. Wir beginnen mit der zweiten Hypothese, der einer drehenden Bewegung der Ausströmungsaxe um die zur Sonne gerichtete Linie und wollen zeigen, dass diese Annahme den vorhandenen Beobachtungen nicht zu entsprechen vermag. Zunächst sei eine mechanische Schwierigkeit erwähnt, welche sich aus dem in § 7 Gesagten ergiebt und bereits von Bessel[3]) hervorgehoben ist. Bei der zweiten Hypothese finden nämlich die Drehungen der Ausströmung nicht um eine feste, sondern um eine bewegliche Axe statt, indem die Sonne den Pol der Drehung bildet. Eine solche Bewegung der Drehungsaxe muss aber physische Ursachen haben, und eine Angabe derselben dürfte Schwierigkeiten machen.

Ferner hat Bessel beim Halley'schen Cometen beobachtet, dass die Ausströmung am lebhaftesten war, wenn sie unter demselben Positionswinkel wie die Sonne erschien, dass sie dagegen schwach wurde, sobald sie sich von der Richtung nach der Sonne beträchtlich entfernte. Die Kraft, welche die Ausströmungen bewirkt, geht von der Sonne aus. Die Ausströmungen zeigen daher nothwendig ein Maximum, wenn sich ihre Axe in der Richtung zur Sonne befindet, während sie einen Minimalbetrag in den grössten

[1]) Vergl. Pape, Astr. Nachr. No. 1173, pg. 325, 326, Bd. 49.

[2]) Pape, l. c. pg. 325, 326. Es zeigten sich dunkle veränderliche Spalte in der Ausströmungsfigur.

[3]) Bessel, l. c. pg. 199.

seitlichen Abweichungen haben müssen. Nnn setzt aber die zweite Hypothese voraus, dass die Ausströmungsfigur stets dieselbe Neigung gegen die Sonne behält, und deshalb giebt sie keinen Grund an, der die verschiedene Intensität der Ausströmung den Beobachtungen entsprechend erklärt. Im Gegentheil, aus einer drehenden Bewegung der Ausströmung um den Radiusvector des Cometen würde folgen, dass die Ausströmung an den Grenzen ihrer Bewegung am lebhaftesten erscheint, denn in diesen Phasen erleidet sie keine perspectivische Verkürzung.

Es ist zu bedauern, dass ähnliche systematische Wahrnehmungen wie die Bessel'schen an anderen Cometen nicht vorzuliegen scheinen; obwohl es a priori nicht unwahrscheinlich ist, dass entsprechende Intensitätsänderungen, wie die von Bessel beobachteten, allen Cometenausströmnngen gemeinsam sind, so dürfte doch in Zukunft ein besonderes Augenmerk auf solche Beobachtungen zu richten sein.

Es kann für die Anwendung der Bessel'schen Theorie nicht unwichtig erscheinen, wenn wir noch zwei Criterien zur Beurtheilung der zweiten Hypothese angeben. Beide Criterien beziehen sich auf Erscheinungen, welche die Ausströmungsfigur um die Zeit des Durchganges der Erde durch die Bahnebene des Cometen zeigen muss.

Das eine rührt von Bessel her und benutzt die Beobachtungen, welche über die Ausdehnung der ausströmenden Lichtfigur anzustellen sind. Da die von Bessel angewandte Prüfungsmethode von allgemeiner Bedeutnng ist, so wollen wir dieselbe ausführlich besprechen. Bessel benutzt dazu, wie gesagt, Messungen der scheinbaren Ausdehnung der Ausströmungsfigur, welche an zwei Tagen angestellt sind, während die Ausströmungsfigur sich nahe in der Comet, Erde und Sonne verbindenden Ebene befand. Zwischen beiden Messungen lag den beobachteten Richtungsänderungen zu Folge eine halbe Periode der Grösse u[1]). Bei der ersten Hypothese pendelartiger Schwingungen der Ausströmung in der Bahnebene hat diese Aenderung des Argumentes u nnr geringen Einfluss auf die perspectivische Verkürzung n (vergl. pg. 13). Bei der zweiten Hypothese conischer Schwingungen dagegen folgen aus dieser Variation von u beträchtlich verschiedene Werthe für die perspectivische Verkürzung der Ausströmungsaxe.

Setzt man die Ausdehnung der Ausströmungsfigur zur Zeit der ersten Beobachtung und senkrecht zur Gesichtslinie gerechnet $= s$, so erhält man unter Berücksichtigung der Aenderungen des Abstandes (Comet — Sonne) und unter der Annahme, dass die Dimensionen der Ausströmung unverändert geblieben sind, folgende Zahlenwerthe für den Halley'schen Cometen nach Bessel für das Product $n \cdot s$ gültig:[2])

Hypothese		I	II
	October 12	$0{,}969 \cdot s$	$0{,}378 \cdot s$
	„ „ 14	$0{,}872 \cdot s$	$0{,}748 \cdot s$

[1]) Ich erinnere daran, dass u der Positionswinkel der Ausströmungsaxe am Pole der Drehung ist.
[2]) Bessel, l. c. pg. 199.

Nun beobachtete Bessel die Ausdehnungen am 12. und 14. October unter Berücksichtigung der verschiedenen äusseren Umstände ungefähr gleich gross, während die wahre Grösse der Ausströmung vom 12. zum 14. wahrscheinlich zunahm. Daher stellt die erste Hypothese die Beobachtungen dar, während man nach der zweiten Hypothese die Ausdehnung am 14. doppelt so gross als am 12. hätte sehen müssen.

Wir haben noch das Criterium, welches von Winnecke[1]) angegeben ist und sich auf den Cometen von 1862 bezieht, zu erwähnen. Nach der zweiten Hypothese conischer Schwingungen muss zur Zeit des Durchganges der Erde durch die Bahnebene des Cometen die Ausströmungsaxe sich sowohl nach links wie nach rechts von der Richtung nach der Sonne entfernen. Das war bei dem Cometen von 1862 nicht der Fall, sondern die Abweichungen der Axe lagen sämmtlich auf derselben Seite.

Nach allen in diesem Paragraphen angeführten Gründen ist es sehr wahrscheinlich, dass die Annahme einer gleichförmigen Drehung der Mittellinie der Ausströmungsfigur um den Radiusvector des Cometen als Axe nicht zutreffend ist. Dieser Schluss wird, wenigstens für den Halley'schen Cometen, auch durch die Rechnung bestätigt, welche Bessel nach den in den vorigen Paragraphen entwickelten Formeln angestellt hat[2]) Dennoch ist es nothwendig, die beigebrachten Criterien zu beachten, um für jeden Cometen nachweisen zu können, dass der zweite specielle Fall der Gleichungen (8) (in § 4) in der Praxis nicht vorkommt.

§ 11.

Es kommt nun darauf an, die erste Annahme pendelartiger Schwingungen der Ausströmung in der Bahnebene des Cometen auf ihre Wahrscheinlichkeit hin zu prüfen.

Sämmtliche Criterien, die im vorigen Paragraphen entwickelt sind, lassen sich auch zur Beurtheilung der Gültigkeit des ersten speciellen Falles der Gleichungen (8) (auf pg. 13) anwenden. Es ist leicht einzusehen, dass die drei ersten Criterien, welche von Bessel für den Halley'schen Cometen angedeutet sind, unmittelbar für die Hypothese pendelartiger Schwingungen der Ausströmungsfigur in der Bahnebene des Cometen sprechen.

---

[1]) Winnecke, 1862 l. c. pg. 34.

[2]) Bessel, l. c. pg. 197, 198,

Bei dieser Gelegenheit bemerke ich, dass in der Zusammenstellung der Werthe $u - u^{\circ}$ bei Bessel (l. c. pg. 195, letzte Zeile) ein Fehler vorkommt, der auch in die Ausgaben von Zöllner l. c. und R. Engelmann (Abhandlungen von F. W. Bessel, Leipzig 1875, Bd. I, pg. 60) übergegangen ist. Wenn man die Differenzen der auf pg. 196 bei Bessel gegebenen Werthe für die beobachteten Positionswinkel beachtet, so erkennt man, dass der erwähnte Fehler nur ein Druckfehler und ohne Einfluss auf die folgenden Rechnungen ist.

Auch bei Pape findet sich (l. c. pg. 325) ein Fehler in den Werthen für $u^{\circ} - u'$, indem es bei Sept. 22 für $+ 59° 53'$ heissen muss $+ 59° 59'$; jedoch ist dieses Versehen ohne jeden Einfluss auf das Folgende und nur der Correctheit wegen zu erwähnen.

Auch das letzte, von Winnecke angegebene Criterium stützt diese Annahme, wenn man die interessanten Bemerkungen von H. C. Vogel über die Wirkung der Perspective bei den Schwingungen der Ausströmungsfigur[1]) beachtet.

Auch die Rechnungen von Bessel machen die Hypothese pendelartiger Schwingungen in der Bahnebene für den Halley'schen Cometen sehr wahrscheinlich,[2]) und für den grossen Cometen von 1881 hat Vogel ebenfalls solche Schwingungen nachgewiesen.[3])

Daher scheint die erste Hypothese pendelartiger Schwingungen der Ausströmung in der Bahnebene den Beobachtungen am meisten zu entsprechen.

§ 12.

Es bleibt noch übrig, den allgemeinen Fall der Gleichungen (8) zu betrachten, dass nämlich Θ einen beliebigen und veränderlichen Werth hat.

Dann ist eine Oscillation des Kerns ausgeschlossen, und man hat es mit ganz unregelmässigen Bewegungen desselben zu thun. Ein entsprechender Fall scheint bei dem hellen Cometen von 1862 vorzuliegen, an welchem Winnecke die Ungültigkeit der beiden ersten (in §§ 10 und 11) behandelten Hypothesen nachgewiesen und Ausströmungsbewegungen unter veränderlichen und zum Theil sehr bedeutenden Winkeln mit der Ebene der Bahn gefunden hat.[4]) Winnecke führt diese unregelmässigen Bewegungen auf die Reaction der aus dem Kern ausströmenden Theilchen zurück. Derselbe Gedanke findet sich später bei Zöllner[5]) wieder, der demselben jedoch eine allgemeinere Bedeutung beilegt, indem er sämmtliche Bewegungen der Ausströmungsfigur durch die Annahme einer Reactionskraft zu erklären sucht. Hierauf werden wir noch im III. Capitel der vorliegenden Abhandlung zurückkommen.

Die Wichtigkeit der Ausströmungsbewegungen als ein Beitrag zur Erkenntniss der Natur der Cometen ist unleugbar, und die mechanische Theorie derselben ist im wesentlichen so weit entwickelt, dass es wünschenswerth ist, die darauf bezüglichen Beobachtungen in der Weise anzustellen, dass eine systematische Anwendung dieser Theorie ermöglicht wird. Von grosser Bedeutung wird dabei die Beachtung der in den vorigen Paragraphen erörterten Criterien sein, welche die Wahrscheinlichkeit der anzuwendenden Hypothesen bestimmen.

---

[1]) H. C. Vogel, Beobachtungen des grossen Cometen von 1881 in den Publicationen des Astrophysikalischen Instituts zu Potsdam, Bd. II, pg. 179.

[2]) Bessel, l. c. pg. 196, 197.

[3]) H. C. Vogel, loc. cit. pg. 179.

[4]) Winnecke (1862), l. c. pg. 33, 34.
Es ist zu beachten, dass in den obigen Worten kein Widerspruch mit dem in § 11 Gesagten liegt.

[5]) Zöllner, Natur der Cometen, pg. 155 ff.

Der Mechanik zweiter Theil: Ueber die Bewegung der Schweiftheilchen.

§ 13.

Allgemeines.

Wir haben uns bisher nur mit den Bewegungen des ausströmenden Lichtkegels beschäftigt. Nunmehr gehen wir dazu über, die Bewegungen der Theilchen zu betrachten, welche, von dem Kern ausgestossen, den Schweif des Cometen bilden.

Im allgemeinen befindet sich die Schweifmaterie unter der Einwirkung von Kräften, welche sowohl von der Sonne als vom Cometenkörper ausgehen. Wenn man daher die allgemeinen Gesetze der Bewegung auf die Schweiftheilchen anwenden will, so ist das aufzulösende Problem das der drei Körper. Die strenge Integration der dabei auftretenden Differentialgleichungen ist bis jetzt noch nicht gelungen, und man muss sich daher nach einer beschränkenden Annahme umsehen. Man benutzt dazu den Umstand, dass die von der Sonne herrührende Kraft die des Cometen bei weitem überwiegt. Dann genügt es, die Bewegung der Schweiftheilchen ausserhalb der sehr kleinen Wirkungssphäre des Cometen zu untersuchen, und der Lösung dieser Aufgabe stehen keine erheblichen Schwierigkeiten entgegen.

Allerdings verlangt die von Bessel dafür gegebene Theorie die Gültigkeit noch einiger beschränkender Voraussetzungen. Erstens muss die gegenseitige Einwirkung der Schweiftheilchen auf einander verschwindend klein sein, und zweitens darf das Medium, in welchem die Theilchen forteilen, keinen erheblichen Widerstand leisten. Eine dritte Voraussetzung besteht darin, dass es nur nöthig ist, solche Theilchen zu betrachten, welche sich in der Ebene der Bahn bewegen. Diese Beschränkung ist deshalb gerechtfertigt, weil die Axe des Cometenschweifes in der Bahnebene zu liegen scheint.[1])

Noch ein Umstand verdient Erwähnung, nämlich dass Bessel nur die Bewegung derjenigen Theilchen betrachtet, welche vom Kern ausgestossen und aus der Wirkungssphäre des Cometen gelangt sind, dagegen die Materie der Coma und ihre Veränderungen nicht berücksichtigt. Man muss also bei Anwendung der Bessel'schen Theorie entweder annehmen, dass der Comet zur Zeit, wenn die Ausströmungen beginnen, nur aus einem Kern besteht, oder aber, da dies den Beobachtungen widerspricht, dass die den Cometenkern umgebende Materie ohne Einfluss auf die Schweifbildung ist.

§ 14.

Entwickelung der Coordinatenausdrücke eines Schweiftheilchens.

Wenn man die Bahn irgend eines vom Cometenkern ausgestossenen Theilchens untersuchen will, so hat man bestimmte Annahmen über den Anfangszustand der Bewegung und über die wirkende Kraft zu machen. Daher betrachten wir nach Bessel ein Theilchen, welches die Wirkungssphäre des Cometen zur Zeit $t - \tau$ an einem

[1]) Vergleiche darüber § 18 der vorliegenden Abhandlung, wo diese Frage behandelt wird.

gegebenen Ort, mit gegebener Geschwindigkeit und in gegebener Richtung verlässt. Da das Theilchen sich ausserhalb der Wirkungssphäre des Cometen befindet, so bleibt nur die Kraft der Sonne übrig, welche seine Bewegung bestimmt, und die in der Entfernung r

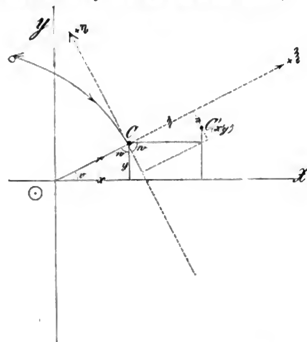
$$= \frac{\mu}{r^2}$$

vorausgesetzt werden soll.

Ist der vorläufig unbestimmt angenommene Factor $\mu = 1$, so ist es die Newton'sche Attraction, ist $0 \leq \mu < 1$, so ist es eine kleinere Anziehung als die gewöhnliche, und ist endlich $\mu < 0$, so ist es eine abstossende Kraft, welche auf die Cometenmaterie wirkt.

Was wir suchen, ist der Ort des betrachteten Theilchens zur Zeit t.

Wir denken uns ein rechtwinkliges Coordinatensystem mit der Sonne als Anfangspunkt, dessen x-Axe die Richtung der Absidenlinie der Cometenbahn hat, während die y-Axe dazu senkrecht steht.[1])



In der nebenstehenden Figur sei C der Mittelpunkt des Cometenkerns und C' ein Theilchen seines Schweifes zur Zeit t. C habe zur Zeit t die rechtwinkligen Coordinaten x, y und die Polarcoordinaten r, v, dagegen zur Zeit $t - \tau$ die rechtwinkligen Coordinaten x_0, y_0 und die Polarcoordinaten r_0, v_0. Die Coordinaten von C' seien entsprechend bezeichnet durch

$$x', y' \quad \text{und } r', v'$$
$$x'_0, y_0' \text{ und } r_0', v_0',$$

wobei r und v den Radiusvector und die wahre Anomalie bedeuten.

Wenn man den Radiusvector des Cometen über C hinaus verlängert und in C eine Senkrechte darauf errichtet, so erhält man ein neues Coordinatensystem der ξ, η, auf welches das

[1]) Im Folgenden soll zunächst eine ausführliche Darstellung der Bessel'schen Formeln gegeben werden, weil bis jetzt noch keine correkte Ableitung derselben existirt. Die Originalarbeit von Bessel (Astr. Nachr. No. 300—302, von der ein Abdruck in Zöllner's, Natur der Cometen pg. 16—74 steht), die Ausgabe derselben von Rudolf Engelmann (Abhandlungen von F. W. Bessel, herausgegeben von R. Engelmann, Leipzig, 1875, Bd. I, No. 13) und die Ableitungen von Pape (Astr. Nachr. B. 49, No. 1172—1174) sind sämmtlich mehr oder weniger fehlerhaft. Die Formeln, welche Bre-

Schweiftheilchen C' zu beziehen ist. Dabei soll die ξ-Axe von der Sonne abwärts und die η-Axe in der Richtung, von welcher der Comet herkommt, positiv gerechnet werden. Bezeichnet man dann noch das Complement von v zu 90° mit w, so erhält man aus der Figur auf der vorigen Seite

$$\xi = (x' - x) \operatorname{Sin} w + (y' - y) \operatorname{Cos} w$$
$$\eta = (x' - x) \operatorname{Cos} w - (y' - y) \operatorname{Sin} w$$

und

$$\operatorname{Sin} w = \frac{x}{r}, \qquad \operatorname{Cos} w = \frac{y}{r}.$$

Daraus folgt

$$r\xi = (x' - x)\, x + (y' - y)\, y$$
$$r\eta = (x' - x)\, y - (y' - y)\, x$$

oder aufgelöst

$$(1) \qquad \begin{aligned} r\xi &= xx' + yy' - r^2 \\ r\eta &= yx' - xy' \end{aligned}$$

Die Producte des Radiusvectors in die Coordinaten sind durch die Zwischenzeit τ und die Constanten der Bewegung des Theilchens auszudrücken.

Beschränkt man sich auf kleine Werthe von τ, so ist es am zweckmässigsten, die Coordinaten des Schweiftheilchens nach aufsteigenden Potenzen der Zeit, welche seit dem Austritt aus der Wirkungssphäre des Cometen verflossen ist, zu entwickeln. Die Coordinaten des Cometenkerns zur Zeit $t - \tau$ lassen sich nach der Taylor'schen Reihe in folgender Form schreiben:[1])

$$(2) \qquad \begin{aligned} x_0 &= x - \frac{dx}{dt}\tau + \frac{d^2x}{dt^2}\frac{\tau^2}{2} - \frac{d^3x}{dt^3}\frac{\tau^3}{6} \cdots \\ y_0 &= y - \frac{dy}{dt}\tau + \frac{d^2y}{dt^2}\frac{\tau^2}{2} - \frac{d^3y}{dt^3}\frac{\tau^3}{6} \cdots \end{aligned}$$

---

diehin (vergl. Astr. Nachr. Bd. 54, pg. 290) unter Vernachlässigung bestimmter Glieder wiedergiebt, sind richtig und ebenso die Formel für r'; dagegen bedürfen die vollständigen Ausdrücke für ξ und η (l. c. pg. 292) einiger Correctionen. Soweit es thunlich ist, werde ich im Folgenden an den betreffenden Stellen auf die Fehler und ihre Verbesserungen aufmerksam machen.

Auf eine correcte Darstellung der obigen Formeln habe ich die grösste Sorgfalt verwendet. Dass dieselbe gelungen ist, dafür ist die Wahrscheinlichkeit ziemlich gross, da eine unabhängige, von meinem Freunde Dr. H. Kobold später ausgeführte Controllrechnung zu denselben Resultaten geführt hat.

[1]) Die folgenden Entwickelungen sollen nach Bessel nur bis zu den dritten Potenzen von τ durchgeführt werden.

Bezeichnet man die relativen Coordinaten des Theilchens ebenfalls zur Zeit $t - \tau$ durch

$$\begin{aligned} x_0' - x_0 &= a \\ y_0' - y_0 &= b\,, \end{aligned}$$

so erhält man für die Coordinaten desselben nach (2)

$$\begin{aligned} x_0' &= a + x - \frac{dx}{dt}\tau + \frac{d^2x}{dt^2}\frac{\tau^2}{2} - \frac{d^3x}{dt^3}\frac{\tau^3}{6}\cdots\cdot \\ y_0' &= b + y - \frac{dy}{dt}\tau + \frac{d^2y}{dt^2}\frac{\tau^2}{2} - \frac{d^3y}{dt^3}\frac{\tau^3}{6}\cdots\cdot \end{aligned} \tag{3}$$

Führt man ferner die relativen Geschwindigkeiten des Theilchens zur Zeit $t - \tau$ ein und setzt

$$\frac{dx_0'}{dt} - \frac{dx_0}{dt} = \alpha$$

$$\frac{dy_0'}{dt} - \frac{dy_0}{dt} = \beta\,,$$

so ergeben sich die Geschwindigkeiten desselben Theilchens

$$\begin{aligned} \frac{dx_0'}{dt} &= \alpha + \frac{dx}{dt} - \frac{d^2x}{dt^2}\tau + \frac{d^3x}{dt^3}\frac{\tau^2}{2}\cdots\cdot \\ \frac{dy_0'}{dt} &= \beta + \frac{dy}{dt} - \frac{d^2y}{dt^2}\tau + \frac{d^3y}{dt^2}\frac{\tau^2}{2}\cdots\cdot \end{aligned} \tag{4}$$

Entwickelt man endlich auch die Coordinaten des Schweiftheilchens zur Zeit t nach der Taylor'schen Reihe, so erhält man

$$\begin{aligned} x' &= x_0' + \frac{dx_0'}{dt}\tau + \frac{d^2x_0'}{dt^2}\frac{\tau^2}{2} + \frac{d^3x_0'}{dt^3}\frac{\tau^2}{6}\cdots\cdot \\ y' &= y_0' + \frac{dy_0'}{dt}\tau + \frac{d^2y_0'}{dt^2}\frac{\tau^2}{2} + \frac{d^3y_0'}{dt^3}\frac{\tau^2}{6}\cdots\cdot \end{aligned} \tag{5}$$

Die Grössen auf der rechten Seite der Gleichungen (5) sind nunmehr mit Hülfe der Bewegungsgleichungen auszudrücken. Die Differentialgleichungen für die Bewegung des Cometen lauten

$$0 = \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{x}{r^3}$$

$$0 = \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{y}{r^3}$$

und aus ihnen folgt daher

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{x}{r^3}, \quad \frac{d^3x}{dt^3} = -\frac{1}{r^3}\frac{dx}{dt} + \frac{3x}{r^4}\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{y}{r^3}, \quad \frac{d^3y}{dt^3} = -\frac{1}{r^3}\frac{dy}{dt} + \frac{3y}{r^4}\frac{dr}{dt}$$

Setzt man diese zweiten und dritten Differentialquotienten entsprechend in die Gleichungen (3) und (4) ein, so verwandeln sich dieselben in

$$(6) \quad \begin{aligned} x_0' &= a + x - \frac{dx}{dt}\tau - \frac{x}{r^3}\frac{\tau^2}{2} + \left\{\frac{1}{r^3}\frac{dx}{dt} - \frac{3x}{r^4}\frac{dr}{dt}\right\}\frac{\tau^3}{6} \\ y_0' &= b + y - \frac{dy}{dt}\tau - \frac{y}{r^3}\frac{\tau^2}{2} + \left\{\frac{1}{r^3}\frac{dy}{dt} - \frac{3y}{r^4}\frac{dr}{dt}\right\}\frac{\tau^3}{6} \end{aligned}$$

und

$$(7) \quad \begin{aligned} \frac{dx_0'}{dt} &= \alpha + \frac{dx}{dt} + \frac{x}{r^3}\tau - \left\{\frac{1}{r^3}\frac{dx}{dt} - \frac{3x}{r^4}\frac{dr}{dt}\right\}\frac{\tau^2}{2} \\ \frac{dy_0'}{dt} &= \beta + \frac{dy}{dt} + \frac{y}{r^3}\tau - \left\{\frac{1}{r^3}\frac{dy}{dt} - \frac{3y}{r^4}\frac{dr}{dt}\right\}\frac{\tau^2}{2} \end{aligned}$$

Bedenkt man, dass die Differentialgleichungen der Bewegung für die Schweiftheilchen sich von denen für den Cometen durch den Factor μ unterscheiden, welcher bei den letzteren $= 1$ ist, so erhält man, für die Zeit $t - \tau$ gültig, folgende Ausdrücke:

$$\frac{d^2x_0'}{dt^2} = -\frac{\mu x_0'}{r_0'^3}, \quad \frac{d^3x_0'}{dt^3} = -\frac{\mu}{r_0'^3}\frac{dx_0'}{dt} + \frac{3\mu x_0'}{r_0'^4}\frac{dr_0'}{dt}$$

$$\frac{d^2y_0'}{dt^2} = -\frac{\mu y_0'}{r_0'^3}, \quad \frac{d^3y_0'}{dt^3} = -\frac{\mu}{r_0'^3}\frac{dy_0'}{dt} + \frac{3\mu y_0'}{r_0'^4}\frac{dr_0'}{dt}$$

Setzt man diese Differentialquotienten in die Gleichungen (5) ein, so folgt

$$x' = x_0' + \frac{dx_0'}{dt}\tau - \frac{\mu x_0'}{r_0'^3}\frac{\tau^2}{2} - \left\{\frac{\mu}{r_0'^3}\frac{dx_0'}{dt} - \frac{3\mu x_0'}{r_0'^4}\frac{dr_0'}{dt}\right\}\frac{\tau^3}{6} \text{ [1]}$$

$$y' = y_0' + \frac{dy_0'}{dt}\tau - \frac{\mu y_0'}{r_0'^3}\frac{\tau^2}{2} - \left\{\frac{\mu}{r_0'^3}\frac{dy_0'}{dt} - \frac{3\mu y_0'}{r_0'^4}\frac{dr_0'}{dt}\right\}\frac{\tau^3}{6}$$

[1] Bei Bessel steht wahrscheinlich in Folge eines Druckfehlers im letzten Gliede statt $\frac{dr_0'}{dt}$ $\frac{dx_0'}{dt}$. Diesen Fehler nimmt R. Engelmann unverbessert auf.

4

und nach Substitution der Ausdrücke (6) und (7)

$$
(8) \quad \begin{cases}
x' = a + x + \alpha\tau + \left\{\dfrac{x}{r^3} - \dfrac{\mu(x+a)}{r_0'^3}\right\}\dfrac{\tau^2}{2} \\
\qquad - \left\{\dfrac{2}{r^3}\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{6x}{r^4}\dfrac{dr}{dt} - \dfrac{2\mu}{r_0'^3}\left(\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{\alpha}{2}\right) - \dfrac{3\mu(x+a)}{r_0'^4}\dfrac{dr_0'}{dt}\right\}\dfrac{\tau^3}{6} \; ^{1)} \\
y' = b + y + \beta\tau + \left\{\dfrac{y}{r^3} - \dfrac{\mu(y+b)}{r_0'^3}\right\}\dfrac{\tau^2}{2} \\
\qquad - \left\{\dfrac{2}{r^3}\dfrac{dy}{dt} - \dfrac{6y}{r^4}\dfrac{dr}{dt} - \dfrac{2\mu}{r_0'^3}\left(\dfrac{dy}{dt} - \dfrac{\beta}{2}\right) - \dfrac{3\mu(y+b)}{r_0'^4}\dfrac{dr_0'}{dt}\right\}\dfrac{\tau^3}{6}
\end{cases}
$$

Die Entwickelungen von x' und y' sind noch nicht vollständig, da auch r_0' nach Potenzen der Zeit τ entwickelt werden muss.

Nun ist allgemein

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{r_0'^3} &= \frac{1}{r_0^3} + d\left(\frac{1}{r_0^3}\right) \\
&= \frac{1}{r_0^3} - \frac{3}{r_0^4}\, dr_0
\end{aligned}
$$

und

$$
dr_0 = \frac{\partial r_0}{\partial x_0}(x_0' - x_0) + \frac{\partial r_0}{\partial y_0}(y_0' - y_0)
$$

also

$$
\frac{1}{r_0'^3} = \frac{1}{r_0^3} - \frac{3}{r_0^4}\left\{\frac{\partial r_0}{\partial x_0}(x_0' - x_0) + \frac{\partial r_0}{\partial y_0}(y_0' - y_0)\right\}.
$$

Da aber

$$
\begin{aligned}
x_0' - x_0 &= a \quad , \quad \frac{\partial r_0}{\partial x_0} = \frac{x_0}{r_0} \; ^{2)} \\
y_0' - y_0 &= b \quad , \quad \frac{\partial r_0}{\partial y_0} = \frac{y_0}{r_0}
\end{aligned}
$$

ist, so ergiebt sich endlich

---

[1]) In der zweiten Klammer steht bei Bessel (Astr. Nachr. No. 301, pg. 214) irrthümlicherweise $\frac{dx}{dt} + \frac{\alpha}{2}$, welcher Fehler in der Ausgabe von R. Engelmann (l. c. pg. 69) verbessert ist.

[2]) Da $r_0^2 = x_0^2 + y_0^2$ ist.

$$\frac{1}{r_0'^3} = \frac{1}{r_0^3} - \frac{3}{r_0^5}(ax_0 + by_0)$$

Führen wir jetzt die Zeit τ ein, so wird

$$\frac{1}{r_0^3} = \frac{1}{r^3} - \frac{d\left(\frac{1}{r^3}\right)}{dt}\tau \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$= \frac{1}{r^3} + \frac{3}{r^4}\frac{dr}{dt}\tau$$

und daher mit genügender Annäherung

$$(9) \qquad \frac{1}{r_0'^3} = \frac{1}{r^3} - \frac{3}{r^5}(ax + by) + \frac{3}{r^4}\frac{dr}{dt}\tau$$

Auf ähnliche Weise findet man

$$(10) \qquad \frac{1}{r_0'^4} \cdot \frac{dr_0'}{dt} = \frac{1}{r^4}\frac{dr}{dt} + \frac{\alpha x + \beta y}{r^5}$$ [1]

Die Ausdrücke (9) und (10) setzt man in die Gleichungen (8) ein und erhält dadurch

$$x' = x + a + \alpha\tau + \left\{(1-\mu)\frac{x}{r^3} - \frac{\mu a}{r^3} + \frac{3\mu x}{r^5}(ax + by)\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

$$+ \left\{\frac{2(1-\mu)}{r^3}\left[\frac{dx}{dt} - \frac{3x}{r}\frac{dr}{dt}\right] + \frac{\mu\alpha}{r^3} - \frac{3\mu x}{r^5}(\alpha x + \beta y)\right\}\frac{\tau^3}{6}$$ [2]

$$y' = y + b + \beta\tau + \left\{(1-\mu)\frac{y}{r^3} - \frac{\mu b}{r^3} + \frac{3\mu y}{r^5}(ax + by)\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

$$+ \left\{\frac{2(1-\mu)}{r^3}\left[\frac{dy}{dt} - \frac{3y}{r}\frac{dr}{dt}\right] + \frac{\mu\beta}{r^3} - \frac{3\mu y}{r^5}(\alpha x + \beta y)\right\}\frac{\tau^3}{6}$$

---

[1]) Bei Bessel steht wahrscheinlich in Folge eines Druckfehlers $\frac{1}{r_0'^4} + \frac{dr_0'}{dt}$, was R. Engelmann unverbessert abdruckt.

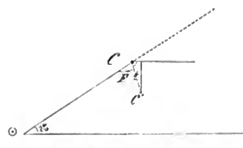
[2]) Bei Bessel steht in der zweiten Klammer irrthümlich $-\frac{\mu\alpha}{r^3}$, was Engelmann ebenfalls aufnimmt.

Führt man diese Ausdrücke in die Gleichungen (1) (auf pg. 23) ein und bedenkt, dass

$$\frac{xdy - ydx}{dt} = \sqrt{p}$$

ist, wo p den halben Parameter der Cometenbahn bedeutet, so findet man [1])

$$(11)\quad \left\{\begin{aligned} r\xi &= ax + by + (\alpha x + \beta y)\,\tau + \left\{\frac{1-\mu}{r} + \frac{2\mu}{r^3}\,(ax + by)\right\}\frac{\tau^2}{2} \\ &\qquad + \left\{\frac{4\,(1-\mu)}{r^2}\,\frac{dr}{dt} + \frac{2\mu}{r^3}\,(\alpha x + \beta y)\right\}\frac{\tau^3}{6} \\ r\eta &= ay - bx + (\alpha y - \beta x)\,\tau - \frac{\mu}{r^3}\,(ay - bx)\,\frac{\tau^2}{2} \\ &\qquad + \left\{\frac{2\,(1-\mu)}{r^3}\,\sqrt{p} - \frac{\mu}{r^3}\,(\alpha y - \beta x)\right\}\frac{\tau^3}{6} \end{aligned}\right.$$



Statt der vier Constanten a, b, α und β führt man passend vier andere ein.

Ist C (vergl. nebenstehende Figur) der Ort des Cometen und C' der eines Schweiftheilchens zur Zeit $t - \tau$, so sind die Coordinaten von C x_0, y_0, die von C' x_0', y_0' und der Winkel, den der Radiusvector des Cometen mit der x-Axe bildet, ist $= v_0$. Bezeichnet man den Radius der Wirkungssphäre des Cometen also CC' mit f und den Winkel zwischen f und dem Radiusvector des Cometen mit F, wobei F von der Richtung zur Sonne nach der in der Bewegung vorangehenden Seite des Cometenschweifes gezählt wird, so kann man

$$\begin{aligned} a &= x_0' - x_0 = -f\,\mathrm{Cos}\,(F + v_0) \\ b &= y_0' - y_0 = -f\,\mathrm{Sin}\,(F + v_0) \end{aligned}$$

setzen, und wenn man Grösse und Richtung der Anfangsbewegung desselben Theilchens entsprechend durch g und G ausdrückt, so folgt

---

[1]) Bei **Bessel** steht in dem Ausdruck für $r\xi$: $\frac{2\mu}{3r^3}\,(ax + by)$ und in der letzten Klammer $\frac{4\mu}{r^3}\,(\alpha x + \beta y)$, in dem Ausdruck für $r\eta$ steht beim letzten Gliede $+\frac{\mu}{r^3}\,(\alpha y - \beta x)$. Bis auf den ersten nimmt **Engelmann** diese Fehler ebenfalls auf.

$$\alpha = \frac{dx_0'}{dt} - \frac{dx_0}{dt} = -\, g \text{ Cos } (G + v_0)$$

$$\beta = \frac{dy_0'}{dt} - \frac{dy_0}{dt} = -\, g \text{ Sin } (G + v_0)$$

Führt man endlich für die zur Zeit t geltenden Coordinaten x und y Polarcoordinaten ein, indem man

$$x = r \text{ Cos } v$$
$$y = r \text{ Sin } v$$

setzt, und schreibt man für $\frac{dr}{dt}$ seinen aus der Polargleichung der Cometenbahn folgenden Werth

$$\frac{dr}{dt} = \frac{e \text{ Sin } v}{\sqrt{p}},$$

so verwandeln sich die Gleichungen (11) in die folgenden:[1])

$$(12) \quad \begin{cases} \xi = -f \text{ Cos } (v - v_0 - F) - g \text{ Cos } (v - v_0 - G)\, \tau \\ \qquad + \left\{ \frac{1-\mu}{r^2} - \frac{2\mu}{r^3} f \text{ Cos } (v - v_0 - F) \right\} \frac{\tau^2}{2} \\ \qquad + \left\{ \frac{1-\mu}{r^3} \frac{4\, e \text{ Sin } v}{\sqrt{p}} - \frac{2\mu}{r^3} g \text{ Cos } (v - v_0 - G) \right\} \frac{\tau^3}{6} \\ \eta = -f \text{ Sin } (v - v_0 - F) - g \text{ Sin } (v - v_0 - G)\, \tau \\ \qquad + \frac{\mu}{r^3} f \text{ Sin } (v - v_0 - F) \frac{\tau^2}{2} \\ \qquad + \left\{ \frac{1-\mu}{r^4} 2\sqrt{p} + \frac{\mu}{r^3} g \text{ Sin } (v - v_0 - G) \right\} \frac{\tau^3}{6} \end{cases}$$

In diesen Ausdrücken kommt die Zeit τ nicht nur explicite, sondern auch in den Argumenten von Sinus und Cosinus enthalten vor.[2]) Daher sind diese trigonometrischen Functionen ebenfalls nach Potenzen von τ zu entwickeln.

---

[1]) Bessel hat in der letzten Klammer von ξ: $-\frac{4\mu}{r^3} g \text{ Cos } (v - v_0 - G)$ und in der letzten Klammer von η: $\frac{1-\mu}{r^3} 2\sqrt{p} - \frac{\mu}{r^3} g \text{ Sin } (v - v_0 - G)$. Mit Ausnahme des einen $\left(\frac{1}{r^3} \text{ statt } \frac{1}{r^4}\right)$ stehen dieselben Fehler bei R. Engelmann.

[2]) v_0 enthält τ.

Allgemein ist

$$\text{Cos}\, v_0 = \text{Cos}\, v - \left[\frac{d\,\text{Cos}\, v}{dt}\cdot\frac{dv}{dt}\right]\tau + \left[\frac{d^2\,\text{Cos}\, v}{dt^2}\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{d\,\text{Cos}\, v}{dt}\cdot\frac{d^2v}{dt^2}\right]\frac{\tau^2}{2}\cdots$$

$$\text{Sin}\, v_0 = \text{Sin}\, v - \left[\frac{d\,\text{Sin}\, v}{dt}\cdot\frac{dv}{dt}\right]\tau + \left[\frac{d^2\,\text{Sin}\, v}{dt^2}\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{d\,\text{Sin}\, v}{dt}\cdot\frac{d^2v}{dt^2}\right]\frac{\tau^2}{2}\cdots$$

Führt man die Differentiationen auf der rechten Seite aus und bedenkt, dass

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\sqrt{p}}{r^2} \quad \text{und} \quad \frac{d^2v}{dt^2} = -\frac{2\,e\,\text{Sin}\, v}{r^3}$$

ist, so folgt[1])

$$\text{Cos}\, v_0 = \text{Cos}\, v + \frac{\text{Sin}\, v\sqrt{p}}{r^2}\tau - \left\{\frac{p}{r^4}\,\text{Cos}\, v - \frac{2\,e\,\text{Sin}^2\, v}{r^3}\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

$$\text{Sin}\, v_0 = \text{Sin}\, v - \frac{\text{Cos}\, v\sqrt{p}}{r^2}\tau - \left\{\frac{p}{r^4}\,\text{Sin}\, v + \frac{2\,e\,\text{Sin}\, v\,\text{Cos}\, v}{r^3}\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

Multiplicirt man die erste der eben abgeleiteten Gleichungen einmal mit Cos v, dann mit Sin v und die zweite Gleichung einmal mit Sin v und das zweite Mal mit Cos v, so ergiebt die Addition respective Subtraction folgende Ausdrücke

$$\text{Cos}\,(v - v_0) = 1 - \frac{p}{r^4}\frac{\tau^2}{2}$$

$$\text{Sin}\,(v - v_0) = \frac{\sqrt{p}}{r^2}\tau + \frac{2\,e\,\text{Sin}\, v}{r^3}\frac{\tau^2}{2}$$

Multiplicirt man die erste der letzten Gleichungen mit Cos F, die zweite mit Sin F und addirt beide, so resultirt

$$\text{Cos}\,(v - v_0 - F) = \text{Cos}\, F + \frac{\sqrt{p}}{r^2}\,\text{Sin}\, F\cdot\tau - \left\{\frac{p}{r^4}\,\text{Cos}\, F - \frac{2\,e\,\text{Sin}\, v\,\text{Sin}\, F}{r^3}\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

und durch eine ähnliche Operation

[1]) Bei Bessel steht vor den letzten Klammern + statt —; bei Engelmann sind diese Fehler corrigirt.

$$\text{Sin}\,(v - v_0 - F) = -\,\text{Sin}\,F + \frac{\sqrt{p}}{r^2}\,\text{Cos}\,F \cdot \tau + \left\{\frac{p}{r^4}\,\text{Sin}\,F + \frac{2\,e\,\text{Sin}\,v\,\text{Cos}\,F}{r^3}\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

Durch Vertauschen der Grössen f und F mit g und G findet man entsprechend

$$\text{Cos}\,(v - v_0 - G) = \text{Cos}\,G + \frac{\sqrt{p}}{r^2}\,\text{Sin}\,G \cdot \tau - \left\{\frac{p}{r^4}\,\text{Cos}\,G - \frac{2\,e\,\text{Sin}\,v\,\text{Sin}\,G}{r^3}\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

$$\text{Sin}\,(v - v_0 - G) = -\,\text{Sin}\,G + \frac{\sqrt{p}}{r^2}\,\text{Cos}\,G \cdot \tau + \left\{\frac{p}{r^4}\,\text{Sin}\,G + \frac{2\,e\,\text{Sin}\,v\,\text{Cos}\,G}{r^3}\right\}\frac{\tau^2}{2}$$

Diese vier trigonometrischen Functionen führt man in die Gleichungen (12) ein und gelangt so zu den vollständig bis zu den dritten Potenzen von τ entwickelten Coordinaten des Schweiftheilchens zur Zeit t[1])

$$(13)\quad \begin{cases} \xi = -f\,\text{Cos}\,F - \left\{g\,\text{Cos}\,G + f\,\dfrac{\text{Sin}\,F\sqrt{p}}{r^2}\right\}\tau \\[2mm] \quad + \left\{\dfrac{1-\mu}{r^2} - \dfrac{g\,\text{Sin}\,G\;2\sqrt{p}}{r^2} - f\,\text{Cos}\,F\left(\dfrac{2\mu}{r^3} - \dfrac{p}{r^4}\right)\right. \\ \qquad\qquad\qquad \left. - f\,\text{Sin}\,F\,\dfrac{2e\,\text{Sin}\,v}{r^3}\right\}\dfrac{\tau^2}{2} \\[2mm] \quad + \left\{\dfrac{1-\mu}{r^3}\,\dfrac{4e\,\text{Sin}\,v}{\sqrt{p}} - g\,\text{Cos}\,G\left(\dfrac{2\mu}{r^3} - \dfrac{3p}{r^4}\right) - g\,\text{Sin}\,G\,\dfrac{6e\,\text{Sin}\,v}{r^3}\right\}\dfrac{\tau^3}{6} \\[2mm] \eta = f\,\text{Sin}\,F + \left\{g\,\text{Sin}\,G - f\,\text{Cos}\,F\,\dfrac{\sqrt{p}}{r^2}\right\}\tau \\[2mm] \quad - \left\{g\,\text{Cos}\,G\,\dfrac{2\sqrt{p}}{r^2} + f\,\text{Sin}\,F\left(\dfrac{\mu}{r^3} + \dfrac{p}{r^4}\right) + f\,\text{Cos}\,F\,\dfrac{2e\,\text{Sin}\,v}{r^3}\right\}\dfrac{\tau^2}{2} \\[2mm] \quad + \left\{\dfrac{1-\mu}{r^4}\,2\sqrt{p} - g\,\text{Sin}\,G\left(\dfrac{\mu}{r^3} + \dfrac{3p}{r^4}\right) - g\,\text{Cos}\,G\,\dfrac{6e\,\text{Sin}\,v}{r^3}\right\}\dfrac{\tau^3}{6} \end{cases}$$

---

[1]) In dem Ausdruck für ξ steht bei Bessel in der zweiten Klammer: $-\,f\,\text{Cos}\,F\left(\frac{2\mu}{r^3} + \frac{p}{r^4}\right) + f\,\text{Sin}\,F\,\frac{2e\,\text{Sin}\,v}{r^3}$

und in der dritten Klammer: $-\,g\,\text{Cos}\,G\left(\frac{4\mu}{r^3} + \frac{3p}{r^4}\right) + g\,\text{Sin}\,G\,\frac{6e\,\text{Sin}\,v}{r^3}$.

In η heisst es in der zweiten Klammer: $+\,f\,\text{Sin}\,F\left(\frac{\mu}{r^3} - \frac{p}{r^4}\right) - f\,\text{Cos}\,F\,\frac{2e\,\text{Sin}\,v}{r^3}$

und in der dritten Klammer: $+\,g\,\text{Sin}\,G\left(\frac{\mu}{r^3} + \frac{3p}{r^4}\right) + g\,\text{Cos}\,G\,\frac{6e\,\text{Sin}\,v}{r^3}$.

Diese Fehler sind bei Engelmann nur zum Theil verbessert.

§ 15.

Die Bahn der Schweiftheilchen.

Die Coordinatenausdrücke (13) am Schluss des vorigen Paragraphen gestatten die Gleichung für die Bahn eines Schweiftheilchens abzuleiten. Man hat dazu nur nöthig, die Zeit zwischen beiden Coordinaten zu eliminiren. Bevor wir diese Elimination vornehmen, erinnern wir an die Bedeutung von τ: wenn man unter t die Beobachtungszeit für ein Theilchen versteht, welches die Wirkungssphäre des Cometen zur Zeit $t - \tau$ verlassen hat, so ist τ die seit diesem Austritt verflossene Zeit.

Es ist von Vortheil, statt τ eine andere Grösse τ' einzuführen, welche von der ersteren nur sehr wenig verschieden und mit ihr durch die Relation

$$\tau = \tau' - \frac{2}{3} \frac{e \operatorname{Sin} v}{r \sqrt{p}} \tau'^2$$

verbunden ist.[1]) Dann erhalten die nach Potenzen von τ' entwickelten Coordinaten folgende Form:[2])

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} \xi = & -f \operatorname{Cos} F - \left\{ g \operatorname{Cos} G + f \operatorname{Sin} F \frac{\sqrt{p}}{r^2} \right\} \tau' \\ & + \left\{ \frac{1-\mu}{r^2} - g \operatorname{Sin} G \frac{2\sqrt{p}}{r^2} + g \operatorname{Cos} G \frac{4 e \operatorname{Sin} v}{3 r \sqrt{p}} \right. \\ & \qquad \left. - f \operatorname{Cos} F \left(\frac{2\mu}{r^3} - \frac{p}{r^4} \right) - f \operatorname{Sin} F \frac{2 e \operatorname{Sin} v}{3 r^3} \right\} \frac{\tau'^2}{2} \\ & - \left\{ g \operatorname{Cos} G \left(\frac{2\mu}{r^3} - \frac{3p}{r^4} \right) - g \operatorname{Sin} G \frac{2 e \operatorname{Sin} v}{r^3} \right\} \frac{\tau'^3}{6} \\ \eta = & \; f \operatorname{Sin} F + \left\{ g \operatorname{Sin} G - f \operatorname{Cos} F \frac{\sqrt{p}}{r^2} \right\} \tau' \\ & - \left\{ g \operatorname{Cos} G \frac{2\sqrt{p}}{r^2} + g \operatorname{Sin} G \frac{4 e \operatorname{Sin} v}{3 r \sqrt{p}} + f \operatorname{Sin} F \left(\frac{\mu}{r^3} + \frac{p}{r^4} \right) \right. \\ & \qquad \left. + f \operatorname{Cos} F \frac{2 e \operatorname{Sin} v}{3 r^3} \right\} \frac{\tau'^2}{2} \\ & + \left\{ \frac{1-\mu}{r^4} 2\sqrt{p} - g \operatorname{Sin} G \left(\frac{\mu}{r^3} + \frac{3p}{r^4} \right) + g \operatorname{Cos} G \frac{2 e \operatorname{Sin} v}{r^3} \right\} \frac{\tau'^3}{6} \end{aligned} \right.$$

---

[1]) Vergl. den Ausdruck für $\frac{dr}{dt}$ pg. 29.

[2]) Bei Bessel steht für ξ in der zweiten Klammer: $-f \operatorname{Cos} F \left(\frac{2\mu}{r^3} + \frac{p}{r^4} \right) + f \operatorname{Sin} F \frac{10 e \operatorname{Sin} v}{3 r^3}$

Zur Abkürzung schreiben wir die Gleichungen (14) in der einfacheren Gestalt

$$(15)\qquad \begin{aligned} \xi &= a + b\tau' + c\frac{\tau'^2}{2} + d\frac{\tau'^3}{6} \\ \eta &= a' + b'\tau' + c'\frac{\tau'^2}{2} + d'\frac{\tau'^3}{6}\,, \end{aligned}$$

worin a, b, c, d, a', b', c', d' die 8 von den Elementen der Bewegung des Cometen und des Schweiftheilchens abhängigen Constanten bedeuten.

Jetzt eliminiren wir τ' aus den Gleichungen (15), indem wir annehmen, dass der Ausdruck für ξ hinreichend convergent ist, um aus ihm den Werth von τ' zu entnehmen. Wenn wir zunächst die dritte Potenz von τ' gegen die erste und zweite vernachlässigen, so erhalten wir durch Auflösung der quadratischen Gleichung

$$\tau'^2 + \frac{2b}{c}\tau' - \frac{2(\xi - a)}{c} = 0$$

als erste Näherung

$$(16)\qquad (\tau') = \frac{R-b}{c}\,, \text{ wenn } R = +\sqrt{b^2 + 2c(\xi - a)}$$

gesetzt wird.

Berücksichtigt man auch die dritte Potenz von τ', so erhält man das Correctionsglied

$$\frac{dR^2}{6c^3}$$

und folglich in zweiter Näherung

$$(17)\qquad \tau' = \frac{R-b}{c} - \frac{dR^2}{6c^3}\,.$$

---

und in der dritten Klammer: $g \operatorname{Cos} G\left(\frac{4\mu}{r^3} + \frac{3p}{r^4}\right) - g \operatorname{Sin} G \frac{14\, e \operatorname{Sin} v}{r^3}$; für η in der zweiten Klammer: $+ f \operatorname{Sin} F\left(\frac{\mu}{r^3} - \frac{p}{r^4}\right) - f \operatorname{Cos} F \frac{10\, e \operatorname{Sin} v}{3\, r^3}$ und in der dritten: $+ g \operatorname{Sin} G\left(\frac{\mu}{r^3} + \frac{3p}{r^4}\right) + g \operatorname{Cos} G \frac{14\, e \operatorname{Sin} v}{r^3}$.

Bei Engelmann ist der Ausdruck für ξ richtig, wenn man für $\frac{4\mu}{r^3}$ in der letzten Klammer $\frac{2\mu}{r^3}$ setzt; für η hat Engelmann in der letzten Klammer irrthümlich $+ g \operatorname{Sin} G\left(\frac{\mu}{r^3} - \frac{3p}{r^4}\right)$.

Bei Bredichin (vergl. oben pg. 22, Anm. 1) steht in der letzten Klammer von ξ: $\frac{2\mu}{r^2}$ statt $\frac{2\mu}{r^3}$, in der zweiten Klammer von η statt $4\, e \operatorname{Sin} v$ $3\, e \operatorname{Sin} v$ und beim letzten Gliede von η fehlt der Factor $\frac{1}{r^3}$.

5

Wird dieser Werth von r' in die zweite der Gleichungen (15) substituirt, so findet man mit Vernachlässigung der Grössen zweiter Ordnung in Bezug auf f und g und unter der Annahme, dass die Werthe von f und g gegen $1-\mu$ sehr klein sind:[1])

$$(18)\qquad \eta = a' + \frac{b'}{c} R + \frac{cc' - bd'}{2c^3} R^2 + \frac{d'}{6c^3} R^3$$

Führt man für die Coefficienten ihre Werthe nach (14) unter denselben beschränkenden Voraussetzungen ein, so wird[2])

$$(19)\qquad \eta = f \operatorname{Sin} F + \left\{ r^2\, g \operatorname{Sin} G - f \operatorname{Cos} F \sqrt{p} \right\} \frac{R}{1-\mu}$$

$$- \left\{ g \operatorname{Sin} G \frac{2er^3 \operatorname{Sin} v}{3\sqrt{p}} + f \operatorname{Sin} F \left(\frac{\mu r - p}{2} \right) + f \operatorname{Cos} F \frac{er \operatorname{Sin} v}{3} \right\} \frac{R^2}{(1-\mu)^2}$$

$$+ \frac{r^2 \sqrt{p}}{3} \frac{R^3}{(1-\mu)^2}$$

Nunmehr haben wir für R seinen Werth aus der Gleichung (16) einzusetzen. Für grosse Werthe von ξ genügt es

$$R = \sqrt{2\xi c} = \sqrt{2\xi} \cdot \frac{\sqrt{1-\mu}}{r}$$

zu setzen. Führen wir diesen Näherungswerth in die Gleichung (19) ein, so erhalten wir unter Vernachlässigung der Grössen von der Ordnung des Radius der Wirkungssphäre f[3])

$$(20)\qquad \eta = g \operatorname{Sin} G \frac{r}{\sqrt{1-\mu}} (2\xi)^{\frac{1}{2}} - g \operatorname{Sin} G \frac{2re \operatorname{Sin} v}{3\sqrt{p}} \frac{2\xi}{1-\mu} + \frac{\sqrt{p}}{3r} \frac{(2\xi)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1-\mu}}$$

---

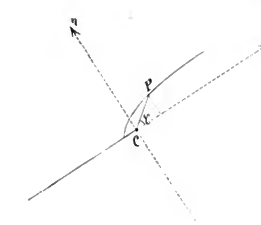
[1]) Die letzte Annahme gestattet das Fortlassen der Glieder mit höheren Potenzen als c^4 und durch die erste Voraussetzung fallen die Grössen bb', bc' und b^2 fort.

[2]) In der zweiten Klammer heisst es bei Bessel:

$$- \left\{ g \operatorname{Sin} G \frac{2er^3 \operatorname{Sin} v}{3\sqrt{p}} + f \operatorname{Sin} F \left(\frac{\mu r - 3p}{2} \right) - f \operatorname{Cos} F \frac{5}{3} er \operatorname{Sin} v \right\} \frac{R^2}{(1-\mu)^2}$$

Dieselben Irrthümer nimmt Engelmann auf.

[3]) Bei Bessel fehlt im zweiten Gliede der Factor $\frac{1}{1-\mu}$. Dieses Versehen findet sich bei Pape und Engelmann verbessert, aber bei beiden steht im zweiten Gliede statt 2ξ irriger Weise $\sqrt{2\xi}$.



Dies ist die **Bessel**'sche Gleichung für die Bahn der Schweiftheilchen.

Dividirt man dieselbe durch ξ, so erhält man die trigonometrische Tangente des Winkels, den die Linie vom Cometenkern C nach einem Punkte P der Schweifcurve in der Ebene der Bahn mit dem verlängerten Radiusvector bildet. (Vergl. nebenstehende Figur). Bezeichnet man diesen Winkel mit φ, so wird[1])

$$(21) \qquad Tg\,\varphi = g \operatorname{Sin} G \left\{ \frac{r\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}\ \sqrt{1-\mu}} - \frac{4\,er \operatorname{Sin} v}{3\sqrt{p}\ (1-\mu)} \right\} + \frac{2\sqrt{2p}}{3r} \cdot \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\mu}}$$

§ 16.

Bestimmung der Grössen $1-\mu$ und $g \operatorname{Sin} G$.

Die am Schluss des vorigen Paragraphen abgeleitete Gleichung (21) ist von hoher Wichtigkeit, denn sie gestattet die beiden Unbekannten $1-\mu$ und $g \operatorname{Sin} G$ zu bestimmen.

Offenbar hat die Ableitung der Unbekannten $1-\mu$ das höchste Interesse, weil sie die Grösse der von der Sonne ausgehenden Kraft angiebt. Um dieselbe aus der Gleichung (21) zu bestimmen, nimmt **Bessel** an, dass das Product $g \operatorname{Sin} G$ im Mittel aus beiden Schweifästen verschwindet, dass also der Comet nicht vorzugsweise nach **einer** Seite vom Radiusvector Schweifmaterie ausströmt. Dann erhält man zur Bestimmung von $1-\mu$ den Ausdruck

$$(22) \qquad \operatorname{Tg} \varphi = \frac{2\sqrt{2p}}{3\,r} \cdot \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\mu}},$$

welcher für die **Axe** des Cometenschweifes gilt.[2]) Aber die Anwendung der Gleichung

---

[1]) Bei **Bessel** fehlt wiederum der Factor $\frac{1}{1-\mu}$; bei **Pape** und **Engelmann** ist diese Gleichung richtig.

[2]) Vergl. **Bessel**, l. c. pg. 222. **Winnecke** (1858), l. c. pg. 50.
Dass $g \operatorname{Sin} G$ für beide Schweifränder wirklich sehr nahe denselben absoluten Werth hat, ist von **Pape** (l. c. pg. 340) am **Donati**'schen Cometen numerisch nachgewiesen worden.

5*

(22) setzt voraus, dass die beobachteten Punkte wirklich in der Axe des Cometenschweifes liegen. Da nun in der Regel die beiden Schweifäste von verschiedener Helligkeit sind, wie Beobachtung und Theorie lehren[1]), so ist eine Fixirung der physischen Axe sehr erschwert.

Wir sind daher genöthigt, uns nach einer genaueren Bestimmung der Unbekannten umzusehen. Bezeichnen wir nach Pape[2]) die Grösse $\sqrt{\frac{1}{1-\mu}}$ mit α und $g \operatorname{Sin} G$ mit β, so lassen sich aus der Beobachtung zweier in der Begrenzungscurve des Schweifes gelegenen Punkte und durch das Einsetzen der entsprechenden Werthe von φ und ξ in die Gleichung (21) die beiden Unbekannten α und β gleichzeitig ableiten. Es ergiebt sich nämlich, wenn man zur Abkürzung

$$\operatorname{Tg} \varphi = a, \quad \frac{r\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} = b, \quad \frac{4\,er \operatorname{Sin} v}{3\sqrt{p}} = c \quad \text{und} \quad \frac{2\sqrt{2p}}{3r}\sqrt{\xi} = d$$

setzt und entsprechende Indices anwendet, folgendes System von Gleichungen:

$$(23) \qquad \begin{aligned} a_1 &= \beta(b_1\alpha - c\alpha^2) + d_1\alpha \\ a_2 &= \beta(b_2\alpha - c\alpha^2) + d_2\alpha, \end{aligned}$$

woraus sich die beiden Unbekannten α und β bestimmen lassen, wenn die Coefficienten a, b, c, d bekannt sind. Es fragt sich, wie man diese Coefficienten findet; die in ihnen vorkommenden Zeichen e, r, v und p bedeuten die bekannten, durch die Elemente der Cometenbewegung gegebenen Grössen: Excentricität und Radiusvector, wahre Anomalie und Parameter. ξ und φ dagegen sind aus den Beobachtungen des Cometenschweifes zu bestimmen. Bezeichnet man die beobachteten Rectascensionen und Declinationen des Cometenkerns C (vergl. nebenstehende Figur) mit α, δ und dieselben Coordinaten für den Punkt der Schweifcurve C' mit α', δ', so ergiebt die Anwendung entsprechender Gleichungen, wie die unter (5) und (6) (pg. 13) angeführten, die Distanz $CC' = s$ und den Positionswinkel derselben am Cometenkern $= p'$. s und p' beziehen sich auf diejenige Grenzcurve, welche in dem zu unserer Gesichtslinie senkrechten Durchschnitt des Schweifes liegt. Die Formel (21) (pg. 35) dagegen gilt nur für eine in der Ebene der Cometenbahn befindliche Curve. Est ist daher nöthig, die Beobachtungen auf die Bahnebene zu reduciren.

[1]) Näheres hierüber bringt § 21 der vorliegenden Abhandlung.

[2]) Pape, l. c. pg. 338 ff.

Pape hat in seiner Abhandlung über den Donati'schen Cometen hierauf bezügliche Reductionsformeln angegeben.[1]) Aber die Anwendung derselben setzt eine mehr oder weniger willkürliche Annahme über den Krümmungsradius transversaler Schnitte der Schweiffigur voraus.[2]) Ohne Schwierigkeit lassen sich jedoch die nöthigen Reductionselemente aus den in § 4 und § 5 der vorliegenden Abhandlung aufgestellten Gleichungen durch passende Verwerthung derselben herleiten.[3])

Man findet nämlich durch Benutzung der Gleichungen (9), (5) und (6) in §§ 5 und 4 die Grössen S, P und P' und da p° als Positionswinkel der Richtung zur Sonne bekannt ist, so ergiebt die erste der Gleichungen (11) [pg. 15], wenn man sie wie in § 6 erläutert benutzt, die Winkeldifferenz

$$(24) \qquad u - u^0 = \varphi$$

Jetzt gebraucht man die erste der Gleichungen (1) auf pg. 12, welche sich unter denselben Voraussetzungen wie in § 6 in der Form

$$(25) \qquad \operatorname{Cos} T = \operatorname{Sin} S \operatorname{Cos} (u - P')$$

schreiben lässt. Hat man T gefunden, so wendet man die Gleichungen (2) [pg. 12] an, die, wenn man den Abstand des beobachteten Punktes vom Kern des Cometen in der Bahnebene $\varDelta$ nennt, folgende Gestalt annehmen:

$$\varrho' \operatorname{Cos} s = \varrho - \varDelta \operatorname{Cos} T$$
$$\varrho' \operatorname{Sin} s = \varDelta \operatorname{Sin} T$$

Durch eine leichte Rechnung[4]) lässt sich hieraus

$$(26) \qquad \varDelta = \frac{\varrho \operatorname{Sin} s}{\operatorname{Sin} (T + s)}$$

ableiten, worin s die aus den Beobachtungen folgende Distanz CC' (vergl. Figur pg. 36) und ϱ die Entfernung des Cometen von der Erde bedeutet.

---

[1]) Pape, l. c. in Artikel 7 und 8.

[2]) Ibidem Artikel 8, pg. 338: Betrachtungen über l.

[3]) Dasselbe Reductionsverfahren, welches sich ungezwungen an früher abgeleitete Gleichungen anschliesst, hat schon Bessel bei seinen Rechnungen (l. c. Artikel 13) und später Bredichin (loc. cit.) angewendet.

[4]) Es folgt nämlich aus der Division beider Gleichungen

$$\operatorname{Tg} s = \frac{\varDelta \operatorname{Sin} T}{\varrho - \varDelta \operatorname{Cos} T} \qquad \text{fgl.} \qquad \varDelta = \frac{\varrho \operatorname{Tg} s}{\operatorname{Sin} T + \operatorname{Cos} T \operatorname{Tg} s} = \frac{\varrho \operatorname{Sin} s}{\operatorname{Sin} (T + s)}$$

Die Gleichungen (24), (25) und (26) geben also in einfacher Weise die Reductionen von p' und s auf die Ebene der Cometenbahn. Nachdem einmal φ und $\varDelta$ gefunden sind, ergeben sich die Coordinaten des Schweiftheilchens

$$\xi = \varDelta \operatorname{Cos} \varphi \qquad (27)$$
$$\eta = \varDelta \operatorname{Sin} \varphi,$$

und somit sind die gesuchten Coefficienten a, b, c, d bekannt, welche, in die Gleichungen (23) [pg. 36] eingesetzt, die Bestimmung der beiden Unbekannten $1-\mu$ und $g \operatorname{Sin} G$ ermöglichen.

§ 17.

Bestimmung von τ und g.

Wir wollen nun die für die Bewegung der Schweiftheilchen bisher aufgestellten Gleichungen dazu benutzen, noch einige Grössen, deren Bestimmung von Interesse ist, abzuleiten.

Zunächst wollen wir die Zeit bestimmen, welche ein Theilchen gebraucht, um von der Wirkungssphäre des Cometen bis zu dem beobachteten Schweifpunkte aufzusteigen. Man hat nach der Gleichung (17) in § 15

$$\tau' = \frac{R-b}{c} - \frac{dR^2}{6c^3}$$

und setzt man für R, b, c, d ihre Werthe aus den Gleichungen (14), (15), (16) ein, so erhält man mit Vernachlässigung der Grössen zweiter Ordnung und des Radius der Wirkungssphäre f:[1])

$$\tau' = \frac{r\sqrt{2\xi}}{\sqrt{1-\mu}}\left\{1 + g \operatorname{Sin} G \frac{\sqrt{p}}{1-\mu} - g \operatorname{Cos} G \frac{2\, er \operatorname{Sin} v}{3(1-\mu)\sqrt{p}}\right\} + g \operatorname{Cos} G \frac{r^2}{1-\mu} \qquad (28)$$
$$+ \frac{\xi}{(1-\mu)^2}\left\{g \operatorname{Cos} G \left(\frac{2\mu r - 3p}{3}\right) - g \operatorname{Sin} G \frac{2}{3}\, er \operatorname{Sin} v\right\}$$

Der Uebergang von τ' auf das gesuchte τ wird durch die Gleichung zu Anfang des § 15

---

[1]) Bei **Bessel** heisst die letzte Klammer irriger Weise:

$$\left\{g \operatorname{Cos} G \frac{(4\mu r + 3p)}{3} - g \operatorname{Sin} G \frac{14}{3}\, er \operatorname{Sin} v\right\}$$

Pape (l. c. pg. 348) und **Engelmann** (l. c. pg. 75) nehmen diese Fehler unverändert auf. Bei **Bredichin** (Astr. Nachr. Bd. 54, pg. 291) ist diese Formel richtig.

$$\tau = \tau' - \frac{2}{3} \frac{e \operatorname{Sin} v}{r \sqrt{p}} \tau'^3$$

gegeben. Das so gefundene τ bezieht sich, wenn k die bekannte Gaussische Constante bedeutet, auf die Zeiteinheit $\frac{1}{k}$, und um τ z. B. in Tagen auszudrücken, gebraucht man die Relation

$$\frac{1}{k} = 58^{d}{.}13244$$

Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und auch für g, also die Geschwindigkeit der Theilchen in Richtung zur Sonne, eine Gleichung ableiten. Dazu suchen wir nach Bessel einen Ausdruck für die Maximalausdehnung der Coma auf der Sonnenseite des Kerns d. h. für das Maximum der negativen ξ-Coordinate (vergl. pg. 23). Wir gehen aus von der ersten der Gleichungen (13) [auf pg. 31], welche sich in der abgekürzten Form

$$(29) \qquad \xi = a_0 + b_0\tau + c_0 \frac{\tau^2}{2} + d_0 \frac{\tau^3}{6}$$

schreiben lässt. Hieraus ergiebt sich folgende Maximalbedingung

$$0 = \frac{d\xi}{dt} = b_0 + c_0\tau + d_0 \frac{\tau^2}{2}$$

und durch Auflösen der quadratischen Gleichung

$$\tau^2 + \frac{2c_0}{d_0} \tau + \frac{2b_0}{d_0} = 0$$

$$\tau = \frac{R_0 - c_0}{d_0}, \text{ wenn } R_0 = + \sqrt{c_0^2 - 2b_0d_0} \text{ gesetzt wird.}$$

Führt man diesen Werth von τ in die Gleichung (29) ein, so erhält man für das Maximum von ξ, welches mit $-\varepsilon$ bezeichnet werden soll, den Ausdruck

$$\varepsilon + a_0 = \frac{(R_0 - c_0)^2 \; (2R_0 + c_0)}{6d_0^2},$$

welchen man, da aus der Definitionsgleichung für R_0

$$d = \frac{c_0^2 - R_0^2}{2 b_0}$$

folgt, auch in der Form

$$\varepsilon + a_0 = \frac{2}{3} b_0^2 \frac{2 R_0 + c_0}{(R_0 + c_0)^2}$$

schreiben kann. Setzt man für a_0, b_0, c_0 und R_0 ihre Ausdrücke, welche sich aus Gleichung (13) [auf pg. 31] und der obigen Definitionsgleichung für R_0 ergeben und vernachlässigt man alle Grössen, welche von höherer Ordnung als b_0^2 sind, so erhält man:[1])

$$\varepsilon = f \operatorname{Cos} F + \frac{r^2}{2(1-\mu)} \left\{ g \operatorname{Cos} G + f \operatorname{Sin} F \frac{\sqrt{p}}{r^2} \right\}^2$$

Da der Maximalwerth für ξ sehr nahe für $F = 0$ und $G = 0$ stattfindet, so folgt schliesslich

$$(30) \qquad \varepsilon = f + \frac{r^2 g^2}{2(1-\mu)}$$

Ist $1 - \mu$ berechnet (vergl. § 16) und ε also die Maximalausdehnung der Coma in Richtung zur Sonne beobachtet, so lässt sich aus dieser Gleichung, wenn man f den Radius der Wirkungssphäre vernachlässigt, g die Ausgangsgeschwindigkeit der Theilchen ableiten, da r der Radiusvector des Cometen bekannt ist.

Auf dieser von Bessel gegebenen Formel beruhen sämmtliche Rechnungen, welche von Bessel, Pape und insbesondere von Th. Bredichin über die Geschwindigkeit g angestellt sind. Es ist deshalb von grosser Wichtigkeit, die Gleichung (30) scharf zu discutiren.

Offenbar stützt sich die Gültigkeit dieser Formel im wesentlichen auf zwei Annahmen. Erstens dürfen die vom Kern ausströmenden Schweiftheilchen keinen erheblichen Widerstand in der Materie der Coma erleiden; zweitens — und das ist die eigentliche Lebensfrage der Gleichung (30) — muss f der Radius der Wirkungssphäre des Cometen kleiner sein als jene weiteste Entfernung ε. Was die Richtigkeit der ersten Voraussetzung betrifft, so dürfte es schwer sein, etwas

[1]) Dieser Ausdruck geht aus dem folgenden hervor:

$$\varepsilon = f \operatorname{Cos} F + \frac{2}{3} \left\{ g \operatorname{Cos} G + f \frac{\operatorname{Sin} F \cdot \sqrt{p}}{r^2} \right\}^2 \frac{\left[2 \cdot \frac{1-\mu}{r^2} + \frac{1-\mu}{r^2} \right]}{\left[\frac{1-\mu}{r^2} + \frac{1-\mu}{r^2} \right]^2}$$

Sicheres anzuführen[1]), um so mehr als die Bessel'sche Theorie, wie schon erwähnt, überhaupt auf die Materie der Coma keine Rücksicht nimmt. Dagegen erweist sich die zweite und wesentlichste Annahme über die Grösse von f im Verhältniss zu ε der Kritik als zugänglich.

Bisher war es nicht nöthig, eine specielle Annahme über f zu machen, sondern es genügte die sehr wahrscheinliche Voraussetzung einer kleinen Wirkungssphäre des Cometen. Jetzt verlangt die Formel (30) anzunehmen, dass f kleiner ist als ε. Wie lässt sich diese Annahme rechtfertigen? Bessel stellt in seiner Abhandlung über den Halley'schen Cometen eine hierauf bezügliche Rechnung an, indem er unter plausibeler Annahme über die Masse des Cometen denjenigen Punkt bestimmt, in welchem die Anziehungskräfte von Sonne und Comet im Gleichgewicht sind. Durch Vergleichung des so gefundenen Werthes von f mit der beobachteten Maximalausdehnung ε findet er ungefähr

$$f = \frac{1}{10}\varepsilon$$

Aber Bessel[2]) selbst zweifelt an der Beweiskraft dieser Rechnung, und Winnecke[3]) macht in seiner Abhandlung über den Donati'schen Cometen darauf aufmerksam, dass diese Betrachtung „nicht einmal den geringen Werth hat, den Bessel ihr zweifelnd zugesteht."

In der That, die Bessel'sche Rechnung beruht auf dem Newton'schen Attractionsgesetz, während man bei den Cometenerscheinungen mit Repulsivkräften zu thun hat, welche an Intensität die Attractionskräfte bei weitem überwiegen können. Macht man die Annahme, dass z. B. electrische Kräfte bei den cometarischen Phänomenen wirksam sind, so hat man es nicht mehr, wie bei der Attraction, mit einer Function der Masse, sondern mit einem Oberflächenpotential zu thun. Daher müssen wir die Gültigkeit der Gleichung (30) aus theoretischen Gründen für unbewiesen erklären.

Auch die Beobachtungen geben darüber Aufschluss. Es ist eine bekannte Thatsache, dass die Ausdehnung der Coma beträchtlichen Aenderungen unterworfen ist. Im Allgemeinen nimmt dieselbe mit der Annäherung des Cometen zum Perihel schnell ab, während sie bei der Entfernung des Cometen von der Sonne ebenso schnell wieder wächst. Bei dem Donati'schen Cometen z. B. hatte sich jene Maximalausdehnung ε im Laufe eines Monates auf $^1/_{12}$ ihres ursprünglichen Werthes reducirt.[4])

---

[1]) Im Laufe der folgenden Untersuchungen wird es doch möglich sein, etwas über die Richtigkeit der ersten Voraussetzung beizubringen. Vergl. dazu § 24.

[2]) Bessel, l. c. pg. 218.

[3]) Winnecke (1858), l. c. pg. 38 ff.

[4]) Winnecke (1858), l. c. pg. 37.

Nach der Bessel'schen Annahme soll nun f stets kleiner als ε sein, und das widerspricht vollständig den Beobachtungen.[1])

Wenn daher theoretische Bedenken die Ungültigkeit der Formel (30) wahrscheinlich machen, so erheben die Beobachtungen diese Wahrscheinlichkeit zum Range der Gewissheit. Je näher der Comet zur Sonne kommt, um so ungenauer wird die Gleichung (30), während gerade dann die interessantesten Erscheinungen auftreten, die auch eine Berechnung der Geschwindigkeiten wünschenswerth machen.

Es ist dies vielleicht einer der interessantesten Punkte der Bessel'schen Theorie, obwohl wir zu einem negativen Resultate gelangt sind. Eine weitere Vertiefung dieser Frage ist von hoher Bedeutung, würde aber in dem Rahmen der vorliegenden Abhandlung zu weit führen. Für jetzt begnügen wir uns damit, gezeigt zu haben, dass die Zahlenangaben für die Geschwindigkeit g, welche nach der Formel (30) gerechnet sind, kein Zutrauen verdienen. Gleichzeitig machen wir auf eine Methode aufmerksam, welche Winnecke[2]) in seiner Abhandlung über den Donati'schen Cometen zur Prüfung der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{r^2 g^2}{2(1-\mu)}$$

angegeben hat. Winnecke kommt dabei ebenfalls zu einem negativen Resultate, aber seine Methode erlaubt vielleicht zu beurtheilen, ob und wie lange vor und nach dem Perihel die fragliche Gleichung Gültigkeit hat.

§ 18.

Die Lage der Schweifaxe im Raume.

Bei Anwendung der Bessel'schen Theorie ist es eine wesentliche Voraussetzung, dass die Axe des Schweifes sich in der Bahnebene des Cometen befindet. Schon in § 13 haben wir diese Annahme kurz erwähnt, aber die Wichtigkeit derselben verlangt eine eingehendere Betrachtung.

Unter Axe hat man die Mittellinie der wirklichen Figur des Cometenschweifes zu verstehen, für welche das erste Glied der Gleichung (21) verschwindet und die einfache Relation (vergl. pg. 35)

$$(22) \qquad Tg\,\varphi = \frac{2\sqrt{2p}}{3r} \cdot \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\mu}}$$

gilt. Es fragt sich nun, welche Linie bei Beobachtung der scheinbaren Schweiffigur als Axe aufzufassen ist. Man könnte die Mittellinie der dunklen Zone dazu wählen,

---

[1]) Natürlich ist dabei die Aenderung der Entfernung (Comet—Sonne) berücksichtigt.

[2]) Winnecke (1858), l. c. pg. 37.

welche den Schweif oft in zwei nahezu symmetrische Hälften theilt. Aber wenn man die Veränderungen bedenkt, welche dieselbe in ihrer Richtung und Ausdehnung erfährt, so wird man es nach Winnecke[1]) vorziehen, die Mittellinie der ganzen scheinbaren Figur als Projection der Schweifaxe aufzufassen.

Bond[2]) hat in seinem umfassenden Werke über den Donati'schen Cometen Untersuchungen angestellt über die wahrscheinlichen Fehler, welche die Beobachtung des Schweifes afficiren. Er kommt dabei zu den interessanten Resultaten, dass diese Fehler für Punkte, welche nicht zu nahe am Kern liegen, unter sonst gleichen Umständen mit ihrer Entfernung vom Kern wachsen und dass sie ausserdem proportional der Zeit zunehmen, welche seit früheren Beobachtungen verflossen ist. Beide Resultate erklären sich auf einfache Weise. —

Nachdem wir den Begriff der Axe definirt und die Beobachtung ihrer Richtung kurz besprochen haben, gehen wir dazu über, ihre Lage im Raume zu betrachten. Es ist leicht, aus den Beobachtungen ein Criterium abzuleiten, welches darüber entscheidet, ob die Axe der Schweiffigur in der Bahnebene liegt oder nicht. Bezeichnet man nämlich den Positionswinkel der Axe mit p und den Positionswinkel der Richtung zur Sonne mit p°, so giebt die Differenz $p^{\circ} - p$ ihrem Betrage und Zeichen nach den gewünschten Aufschluss. Nach einfachen perspectivischen Gesetzen ist diese Differenz eine Function des Erdortes und der Lage des Schweifes im Raume, in der Weise, dass diese Function durch o hindurchgehend ihr Zeichen wechseln muss. Liegt nun die Schweifaxe in der Bahnebene des Cometen, so tritt der Werth o zu der Zeit auf, wenn die Erde durch diese Ebene hindurchgeht.

Die Untersuchungen von Winnecke[3]), Bond[4]) und Bredichin[5]), welche mit Hülfe dieses Criteriums an etwa 10 Cometen angestellt sind, machen die Annahme sehr wahrscheinlich, dass die Axe des Cometenschweifes sich in der Bahnebene befindet. Dennoch ist es wünschenswerth, dass hierauf bezügliche Untersuchungen bei jedem Cometen angestellt werden, da es nicht unmöglich erscheint, dass Anomalien auftreten, welche auch darüber Aufschluss geben können, ob der Schweif durch die Ebene der Cometenbahn in zwei der Figur oder der Masse nach gleiche Hälften getheilt wird.[6]) Hierbei ist eine Bemerkung von Wichtigkeit, welche Bond[7]) in Bezug auf den Donati'schen Cometen gemacht hat. Im Mittel aus 12 Beobachtungen findet Bond eine Neigung der Schweifaxe gegen die Bahnebene im Betrage von $-3^{\circ}.9$. Aber die Realität dieser Grösse wird durch folgende Gründe in Zweifel gezogen. Erstens

---

[1]) Winnecke, (1858) l. c. pg. 60.
[2]) Bond, l. c. pg. 365, 366.
[3]) Winnecke, (1858) pg. 60—64.
[4]) Bond, l. c. pg. 362, 363.
[5]) Bredichin, Annalen l. c. III, 2, pg. 7; V, 1, pg. 77; Copernicus l. c. No. 27, pg. 45.
[6]) Winnecke, (1858) l. c. pg. 60.
[7]) Bond, l. c. pg. 363.

stand der Comet zur Zeit der vorliegenden Beobachtungen zu tief am Horizont und im Lichte der Dämmerung, wodurch das Resultat im allgemeinen unsicher wird. Noch wichtiger ist der zweite Grund, welcher das negative Zeichen erklärt. Der eine Zweig des Cometenschweifes war nämlich beträchtlich heller als der andere und zwar unter solchen Umständen, dass die Neigung scheinbar negativ werden musste.

§ 19.

Richtung der Schweifaxe in der Bahnebene.

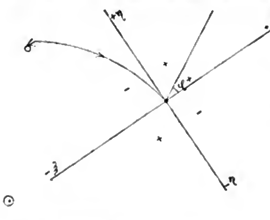
Nachdem wir gezeigt haben, dass es erlaubt ist, die Schweifaxe in der Ebene der Cometenbahn gelegen anzunehmen, betrachten wir ihre Richtung innerhalb der Bahnebene.

Hierüber giebt die Gleichung

$$\text{(22)} \qquad \operatorname{Tg} \varphi = \frac{2\sqrt{2p}}{3r} \cdot \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\mu}}$$

Aufschluss, in welcher φ der Winkel ist, den die Schweifaxe mit dem verlängerten Radiusvector bildet. Je grösser $1-\mu$ ist, desto kleiner wird φ und umgekehrt.

Was die Ableitung des Winkels φ aus den beobachteten Positionswinkeln betrifft, so sind die betreffenden Reductionen bereits in § 16 erörtert, und es ist nur nöthig, über das Vorzeichen von φ im Anschluss an $\operatorname{Tg}\varphi$ Einiges hinzuzufügen.[1]) Da $1-\mu$ für Schweife, welche von der Sonne abgewandt sind, stets positiv ist, so hängt das Vorzeichen von φ nur von dem Quadranten ab, in welchem die Schweifaxe zwischen den in § 14 (pg. 23) gewählten Axen der ξ und η liegt. Nach den für die Coordinatenaxen angenommenen Bezeichnungen (vergl. nebenstehende Figur) setzt die Zurückbeugung des Schweifes einen positiven Werth von φ voraus.[2])



[1]) Auch der Umstand verdient Erwähnung, dass der Axenwinkel φ nicht für die Zeit, wenn die Erde die Cometenbahn durchschneidet, mit Sicherheit abzuleiten ist.

Vergl. Winnecke, (1858) l. c. pg. 64, 61.

[2]) Es ist bequem, diese Bezeichnung für φ im Anschluss an $\operatorname{Tg}\varphi$ in Gleichung (22) zu wählen. Theilchen, für welche φ negativ ist, gehen dem Radiusvector im Sinne der Cometenbewegung voraus,

Im Anschluss an diese Betrachtungen über die Richtung der Schweifaxe machen wir darauf aufmerksam, dass die Cometen zwei Arten von Schweifen zeigen. Die Beobachtungen lehren nämlich, dass es auch Schweife giebt, welche der Sonne zugewendet sind. Die von der Sonne abgewandten Schweife sollen als normale, die ihr zugewandten als anomale bezeichnet werden.[1])

Bis jetzt sind 8 solche anomalen Schweife bekannt[2]), deren Eigenthümlichkeiten wir in einem späteren Paragraphen näher betrachten wollen.[3])

§ 20.

Ueber die Figur des Cometenkopfes.

Bisher haben wir uns im wesentlichen nur mit der Figur und Richtung der Schweife beschäftigt, und es fragt sich nun, ob die Bessel'schen Formeln nicht auch über die Figur des Cometenkopfes Aufschluss geben können.

Bredichin[4]) benutzt dazu die Gleichungen (13) [auf pg. 31], indem er den Radius der Wirkungssphäre vernachlässigt und die dritte Potenz von τ sowie die Produkte von τ^2 in g nicht berücksichtigt. Bredichin erhält so für die dem Kern nahen Theilchen

$$\xi = -g \operatorname{Cos} G \cdot \tau + \frac{1-\mu}{r^2} \cdot \frac{\tau^2}{2}$$

$$\eta = g \operatorname{Sin} G . \tau$$

Durch Elimination von τ zwischen den beiden Coordinaten und durch Aufsuchen der Maximalbedingung für η findet Bredichin folgende Gleichung

$$\eta^2 = \frac{2\xi g^2 r^2}{1-\mu} + \frac{g^4 r^4}{(1-\mu)^2},$$

welche die Figur des Cometenkopfes darstellen soll. Danach würde der Kopf eine parabolische Begrenzung haben.

Aber die Voraussetzungen, welche der Ableitung dieser Parabelgleichung zu Grunde liegen, lassen sich nicht rechtfertigen. Denn, wie wir bereits gesehen haben,[5])

---

solche mit positivem φ folgen ihm nach. Umgekehrt ist es für Theilchen, welche auf der der Sonne zugewandten Seite des Cometenkerns liegen.

Es folgt dies unmittelbar aus den Bessel'schen Bezeichnungen, und dieselben Festsetzungen finden sich bei Pape, Winnecke, Bond und Bredichin.

[1]) Nach Olbers, Astr. Nachr. Bd. VIII, No. 192.

[2]) Bredichin, Annalen l. c. VII, 2, pg. 62—63 und Copernicus l. c. Nr. 29, 30.

[3]) Vergl. § 24 der vorliegenden Abhandlung.

[4]) Bredichin, Astr. Nachr. Bd. 54, pg. 289 ff.

[5]) Vergl. § 17.

gelten die Bessel'schen Formeln für Theilchen, welche dem Cometenkern so nahe sind, unter Vernachlässigung von f jedenfalls nur mit geringer Annäherung. Aber selbst wenn man die obigen Ausdrücke für ξ und η gelten lassen will, so lässt sich nachweisen, dass die Ableitung der Gleichung für η^2 unmöglich ist. Es besteht nämlich die dazu nothwendige Voraussetzung darin, dass g für alle Winkel G denselben Werth hat oder — was dasselbe heisst — dass das Product g Sin G veränderlich ist. Nun hat Winnecke beim Donati'schen Cometen durch die beobachteten Dimensionen des Schweifes in der Nähe vom Kopf nachgewiesen, dass die Grösse g Sin G constant sein muss.[1]) Bessel, der dasselbe Resultat für den Halley'schen Cometen allerdings nur durch eine genäherte Rechnung gefunden hat[2]), macht durch andere Betrachtungen im 14. Artikel seiner Abhandlung die Beständigkeit der Quantität g Sin G als eine allgemeine Eigenschaft der Cometen sehr wahrscheinlich. Diese Resultate, welche Winnecke durch specielle und Bessel durch allgemeine Schlüsse erhalten haben, werden durch die gründlichen Untersuchungen von Bond über die Kopffigur des Donati'schen Cometen glänzend bestätigt.[3]) Mit Hülfe der beobachteten Dimensionen des Kopfes und des Schweifes in der Nähe vom Kern construirt Bond diejenige Curve, welche die Begrenzung der Cometenfigur darstellt. Seine weiteren Untersuchungen ergeben dann, dass diese Curve mit einer Kettenlinie identisch ist, während sie von der Parabel erheblich abweicht. Der Donati'sche Comet ist bisjetzt der einzige, für den erschöpfende Untersuchungen in dieser Frage vorliegen. Daher ist es berechtigt, an den Donati'schen Cometen anzuknüpfen. Ohne Zweifel giebt die Untersuchungsmethode von Bond, da sie, frei von jeder willkürlichen Annahme, rein auf den Beobachtungen beruht, den Weg an, um über die Kopffigur der Cometen Aufschluss zu erhalten.

Diese an und für sich interessante Frage gewinnt durch den Rückschluss, den sie auf die Grösse g Sin G gestattet, eine hohe Bedeutung. Denn da die Formel zur Berechnung von g, wie wir in § 17 gesehen haben, kein Zutrauen verdient, so ist jede Methode, welche exacte Anschauungen über die Ausströmungsgeschwindigkeit möglich macht, von grosser Wichtigkeit.

---

[1]) Winnecke, (1858) l. c. pg. 51, 55.

[2]) Bessel, l. c. pg. 223.

[3]) Bond, l. c. pg. 311—322.

Eine von der Parabel abweichende Begrenzung findet auch Winnecke bei dem Cometen von 1862 (vergl. l. c. pg. 37) und ebenso J. Schmidt (vergl. Astr. Nachr. Bd. 59, pg. 34). Bredichin hebt zur Stützung seiner Parabelgleichung die parabolische Form des Cometen von 1811 hervor (vergl. Bredichin, Annalen l. c. VII, 2, pg. 59), aber die darauf bezüglichen Beobachtungen beruhen nur auf Schätzungen.

§ 21.

Vertheilung der Cometenmaterie in die Schweifäste.

In dem 16. Paragraphen der vorliegenden Abhandlung (pg. 36) haben wir bereits erwähnt, dass die von dem Cometenkern nach beiden Seiten vom Radiusvector ausgestossene Materie im allgemeinen sich nicht gleichmässig auf die Schweifäste vertheilt.

Die Darstellung der Beobachtungen bildet den Prüfstein einer Theorie, und je zahlreicher die Erfahrungssätze sind, welche durch die Theorie bestätigt werden, um so mehr gewinnt die letztere an Wahrscheinlichkeit. Nun, die Bessel'sche Theorie giebt auch über die Vertheilung der vom Kern ausströmenden Theilchen den gewünschten Aufschluss. Bei Vergleichung seiner Theorie mit den verschiedenen Erscheinungen, welche der Halley'sche Comet gezeigt hat, macht Bessel bereits auf diesen Punkt aufmerksam.[1]) Pape[2]) stellt bei Discussion der Beobachtungen am Donati'schen Cometen ähnliche Erörterungen an, und Bredichin[3]) kommt anlässlich des Cometen 1862 II auf dieselben ergänzend zurück. Aber in den Formeln, an welche Bessel und Pape ihre Schlüsse knüpfen, kommen die in der vorliegenden Abhandlung corrigirten Zeichenfehler vor, und Bredichin hat zwar diese Fehler bereits verbessert, aber den wichtigen Gegenstand nicht eingehend genug behandelt.[4]) Daher wollen wir im Folgenden etwas näher auf diese Erörterungen eingehen.

Die zweite der Gleichungen (13) [auf pg. 31] für die Coordinate η nimmt, wenn man zur Vereinfachung nur eine Ausströmung in Richtung des Radiusvectors betrachtet, also F und $G = 0$ setzt, folgende Form an:

$$\eta = -f\frac{\sqrt{p}}{r^2}\cdot\tau - \left\{g\frac{\sqrt{p}}{r^2} + f\frac{e\,\mathrm{Sin}\,v}{r^3}\right\}\tau^2 + \left\{\frac{1-\mu}{r^4}\sqrt{p} - g\,\frac{3e\,\mathrm{Sin}\,v}{r^3}\right\}\frac{\tau^3}{3}$$

Hierbei ist zu beachten, dass nur kleine Werthe von τ in Betracht kommen und dass f an und für sich eine kleine Grösse ist.

---

[1]) Bessel, l. c. Artikel 11.

[2]) Pape, l. c. Artikel 11.

[3]) Bredichin, Annalen l. c. III, 1, pg. 43, 44.

[4]) Ibidem; streng genommen ist die Argumentation Bredichin's sogar unrichtig, denn er sagt im Anschluss an den obigen Ausdruck für η wörtlich: „La quantité f est très-petite; $1-\mu$ est toujours plus grande que g; d'où il suit qu'avant le passage du périhélie, ainsi qu'après ce passage, la matière émise dans la direction du rayon vecteur doit se répandre en avant de cette ligne et passer par conséquent dans la partie antérieure de la queue."

Mir scheint diese Erklärung gerade das Gegentheil von dem zu beweisen, was Herr Bredichin beweisen will. Denn aus ihr würde folgen, dass η im allgemeinen positiv ist. Einem positiven η entspricht aber der nachfolgende Ast des Cometenschweifes nach den Bezeichnungen von Bessel (vergl. obige Abhandlung pg. 23), welche auch Bredichin acceptirt. (Vergl. z. B. Bredichin, l. c. VII, 2, pg. 62.)

Vor dem Durchgang des Cometen durch das Perihel, wenn also Sin v negativ ist, sind die beiden ersten Glieder des Ausdruckes auf der vorangehenden Seite negativ, während die übrigen das positive Zeichen haben. Wenn daher $1-\mu$ nicht sehr gross ist, so wird das erste und zweite Glied die Summe der übrigen überwiegen können und der ganze Ausdruck für η negativ werden.

Nach dem Perihel, wenn also Sin v positiv wird, sind alle Glieder negativ mit Ausnahme des vierten, welches $1-\mu$ enthält. Daher wird η wiederum negativ, wenn nicht g gegen $1-\mu$ einen sehr kleinen Werth erhält.

Das Resultat unserer Ueberlegung ist also, dass η im allgemeinen negativ wird d. h. dass alle Theilchen, welche in der Richtung zur Sonne ausströmen[1]), dem Cometen in seiner Bewegung vorangehen. Dadurch erklärt sich die vielfach beobachtete Erscheinung, dass der vorangehende Schweifast erheblich heller und breiter ist als der nachfolgende.

Aber so einfach ist diese Frage nicht, denn es kann unter Umständen sehr wohl vorkommen, dass η positiv wird, und die Beobachtungen, welche von Pape[2]) und Winnecke[3]) am Donati'schen Cometen angestellt sind, bestätigen dies. Auch der Comet 1860 III verdient hier Erwähnung, denn aus den Beobachtungen von J. Schmidt und Secchi folgt, dass der nachfolgende Schweifast heller als der vorangehende gewesen ist.[4]) Es ist daher sehr wichtig, die Helligkeitsunterschiede der Schweifäste scharf aufzufassen und die Veränderungen derselben auch nach der Zeit zu beachten. Die vorhandenen Beobachtungen zur Vertiefung dieser Frage anzuwenden, wäre eine mehr als lohnende Aufgabe. Aber in dem Rahmen der vorliegenden Abhandlung würde dies zu weit führen, und wir müssen uns für jetzt damit begnügen, auf das Problem aufmerksam gemacht zu haben. Auch diese Frage, ähnlich wie die im vorigen Paragraphen behandelte, ist von allgemeiner Bedeutung, denn sie ermöglicht ebenfalls Schlüsse über die Geschwindigkeiten der Cometenmaterie, über g, anzustellen.

§ 22.

Die Werthe der Kraft $1-\mu$.

Nach der Bessel'schen Theorie, mit deren Ableitung und Anwendung wir uns bisher beschäftigt haben, wird die zur Entwickelung der Cometenschweife nothwendige Kraft mit $1-\mu$ bezeichnet. Diese Grösse muss für die normalen, d. h. von der Sonne abgewandten Schweife, welche wir vorläufig allein betrachten wollen, stets positiv sein. Dies ist a priori klar und lässt sich auch ohne Schwierigkeit aus dem Ausdruck (13) [auf pg. 31] für die Coordinate ξ erkennen, wenn man die Bedingung

---

[1]) Oder genauer in der Richtung des Radiusvectors.

[2]) Pape, l. c. Artikel 11, pg. 350.

[3]) Winnecke, (1858) l. c. pg. 56.

[4]) Vergl. Bredichin, Annalen, l. c. V, 1, pg. 86, 87.

eines positiven Werthes von ξ aufsucht. In dem 16. Paragraphen ist ferner gezeigt worden, wie der numerische Werth von $1-\mu$ aus den Beobachtungen der Cometenschweife unter Anwendung der Bessel'schen Formeln abzuleiten ist. Nach den Rechnungen, welche Bredichin angestellt hat, ist diese Kraft für eine grosse Zahl von Cometen bekannt[1]), und wenn man die dafür gefundenen Zahlenwerthe unter einander vergleicht, so erkennt man, dass dieselben sich in 3 verschiedene Typen sondern lassen. Dieses interessante Resultat ist zuerst von Bredichin gefunden und weiter entwickelt worden.

Um sich eine Vorstellung von den verschiedenen Typen zu machen, genügt die folgende beiläufige Festsetzung:[2])

Typus	I	$1-\mu$	$= 11.0$
	II		$= 1.4$
	III		$= 0.3$

Zunächst ergiebt sich hieraus ein Schluss über die Zurückbeugung der verschiedenen Schweife in der Ebene der Bahn. Nach den Auseinandersetzungen in § 19 folgt nämlich, dass die Schweife, welche zum ersten Typus gehören, den kleinsten und diejenigen des dritten Typus den grössten Winkel mit dem verlängerten Radiusvector des Cometen bilden.

Ferner fragt es sich, ob diese Schweiftypen vielleicht in irgend einem Zusammenhange mit den Bahnelementen der Cometen stehen. Um diese Frage zu beantworten, hat Bredichin[3]) eine Zusammenstellung der berechneten Cometentypen gegeben, welche eine unmittelbare Vergleichung mit den Bahnelementen erlaubt. Die Betrachtung der beigebrachten Zahlen lehrt, dass die Typen keine Functionen der Bahnelemente sind. Ferner ergiebt sich aus dieser lehrreichen Zusammenstellung, dass bis jetzt im Maximum nur zwei Schweiftypen bei demselben Cometen beobachtet sind.[4])

Um die verschiedenen Typen zu erklären, wird man daher auf Anschauungen geführt, welche schon von Olbers[5]) und Bessel[6]) und im Anschluss daran von Pape[7]) ausgesprochen sind. Nothwendig müssen die Cometen verschiedenartige Materie ausstossen, auf welche die bewegende Kraft specifisch verschieden wirkt. Hierauf werden wir im dritten Capitel der vorliegenden Abhandlung näher eingehen.

---

[1]) Bis jetzt sind es 38 Cometen. Vergl. Bredichin, Annalen l. c. Bd. VIII, 1, pg. 96 und Copernicus l. c. No. 27, 28, 29.

[2]) Vergl. Bredichin, Annalen l. c. V, 2, pg. 40 ff.

[3]) Bredichin, l. c. V, 1, pg. 97; VI, 1, pg. 58.

[4]) Der Comet 1882 II macht hiervon eine Ausnahme, indem er sämmtliche drei Schweiftypen gezeigt hat.

[5]) Olbers, l. c. pg. 19.

[6]) Bessel, l. c. pg. 229.

[7]) Pape, l. c. pg. 346, 347.

Was die Genauigkeit der die Typen bildenden Zahlenwerthe betrifft, so lehrt ein Blick in die bezüglichen Rechnungen, dass die Unterschiede der drei Haupttypen von einander reell sind. Dagegen sind Schwankungen der Zahlen innerhalb ein und desselben Typus nicht ausgeschlossen. Für den dritten Typus sind die Zahlenwerthe von $1 - \mu$ sogar nur sehr näherungsweise richtig, weil diese Schweife stets kurz und unbedeutend sind. Im allgemeinen darf man bei Beurtheilung der Zahlenwerthe für die Typen nicht vergessen, ausser den Beobachtungsfehlern noch den Grad der Annäherung der Bessel'schen Formeln zu beachten, worüber im folgenden Paragraphen gehandelt wird. Bredichin hält die Constanz der Kraft $1 - \mu$ in jedem Typus für ein hinreichend gesichertes Factum, um etwaige Unterschiede hauptsächlich secundären Variationen der Schweifmaterie zuschreiben zu können.[1]) Aber es ist wohl stets wünschenswerth, jedem numerischen Resultat seinen wahrscheinlichen Fehler beizufügen, um vorkommende Unterschiede richtig interpretiren zu können.[2])

Noch ein fraglicher Punkt in den Bredichin'schen Typen verdient Erwähnung. Ich meine die Gruppirung der Werthe für die Geschwindigkeiten g unter dieselben drei Schweiftypen und alle sich daran knüpfenden Schlüsse. Bredichin legt nämlich jedem der betrachteten Typen einen bestimmten Werth der Geschwindigkeit g bei, indem er für den ersten Typus

$$g = 0.15$$

für den zweiten

$$g = 0.03$$

und für den dritten

$$g = 0.01$$

annimmt.[3]) Aber nach den in § 17 mitgetheilten Untersuchungen können wir auf die numerischen Werthe von g kein Vertrauen setzen, und ausserdem leitet Bredichin den dritten Werth von g nicht einmal durch Rechnung, sondern nur durch Vermuthung ab.[4]) Aus denselben Gründen müssen wir auch alle Schlüsse verwerfen, welche Bredichin an die Werthe und Classificationen von g anschliesst.[5])

---

[1]) Bredichin, l. c. V, 1, pg. 97; VI, 1, pg. 60.

[2]) Man könnte Herrn Bredichin vielleicht auch daraus einen Vorwurf machen, dass er, nach den publicirten Rechnungen zu urtheilen, als Bessel'sche Formel stets die Näherungsformel (22) zur Berechnung von $1 - \mu$ anwendet, welche nur für die Schweifaxe gilt. Das setzt voraus, dass die beobachteten Punkte wirklich in der Axe des Schweifes lagen, deren Fixirung mehrfach erwähnter Umstände halber erschwert ist. Es wäre daher theoretisch richtiger, zur Berechnung von $1 - \mu$ das genauere Gleichungssystem (23) [in § 16] anzuwenden, da β im allgemeinen einen kleinen positiven oder negativen Werth haben wird. (Vergl. darüber Winnecke, (1858) l. c. pg. 50.)

[3]) Bredichin, l. c. VII, 2, pg. 56.

[4]) Bredichin, l. c. V, 2, pg. 44.

[5]) So vergleicht Bredichin (l. c. V, 2, pg. 139) die für die Geschwindigkeiten der Cometenmaterie gefundenen Zahlenwerthe mit den Moleculargeschwindigkeiten der Gase. Aber abgesehen von jeder

Im allgemeinen lässt sich die Wichtigkeit der von Bredichin aufgestellten Schweiftypen nicht verkennen. Denn erstens ist jede übersichtliche Classification bei der Darstellung complicirter Erscheinungen sehr wünschenswerth. Zweitens scheint es nicht unmöglich, die Schweiftypen gleichsam als Signalement für jeden Cometen zu benutzen. Dann würden dieselben eine wichtige Rolle bei der Identificirung von Cometen spielen und vielleicht auch darüber Aufschluss geben können, ob die Materie periodischer Cometen in Folge der wiederholten Ausströmungen in der Nähe des Perihels Veränderungen unterworfen ist. So hat der Halley'sche Comet seinen Schweiftypus während mehrerer Umläufe bewahrt[1]), und der grosse Comet von 1880 hat das Verschwinden eines seiner Schweiftypen während des vorangehenden Perihels im Jahre 1843 sehr wahrscheinlich gemacht.[2])

§ 23.

Controle der Bessel'schen Formeln.

Sämmtliche Formeln, welche für die Bewegung der Schweiftheilchen bisher abgeleitet sind, beruhen auf der Reihenentwickelung der Schweifcoordinaten ξ und η nach aufsteigenden Potenzen der Zeit τ.

Diese Entwickelung, welche wir in § 14 vorgenommen haben, ist nach Bessel nur bis zu den dritten Potenzen von τ durchgeführt worden. Nachdem die auf jenem Näherungswege abgeleiteten Formeln zu wichtigen Folgerungen geführt haben, die zum Theil auch numerisch erhebliche Genauigkeit verlangen, entsteht die Frage nach einer endlichen Auflösung des vorliegenden Problems. Unter denselben allgemeinen Voraussetzungen, wie die in § 13 angegebenen, lässt sich die bekannte Theorie der Bewegung um einen Centralkörper auf die Schweiftheilchen anwenden. Bereits Olbers[3]) macht darauf aufmerksam, dass jedes Schweiftheilchen unter dem Einfluss einer von der Sonne ausgehenden Repulsivkraft eine Hyperbel beschreiben muss. Brandes[4]) hat nach den Formeln dieser hyperbolischen Bewegung viele Cometenschweife berechnet und einen Theil der dabei vorkommenden Erscheinungen durch die Theorie erklärt.[5]) Bessel[6]) erwähnt in seiner classischen Abhandlung über den Halley'schen Cometen ebenfalls die exacte Auflösung des Problems. Für seine Zwecke zieht er die approximative, durch Reihenentwickelung gegebene Lösung mit

numerischen Betrachtung scheint mir dieser Vergleich a priori nicht stichhaltig. Denn die Moleculargeschwindigkeiten in Gasen beruhen auf der Voraussetzung, dass keine äusseren Kräfte auf die Gase wirken, während die Cometenmaterie durch äussere Kräfte bewegt wird.

[1]) Bredichin, l. c. VII, 1, pg. 6; VI, 1, pg. 56.

[2]) Bredichin, l. c. VII, 1, pg. 61, 62.

[3]) Olbers, l. c. pg. 18, 19.

[4]) Brandes, l. c. pg. 165, 168.

[5]) Vergl. obige Abhandlung pg. 4.

[6]) Bessel, l. c. pg. 212.

Recht vor, weil nur dann die Constanten der Bewegung eines Schweiftheilchens explicite in der Rechnung vorkommen und allgemeine Folgerungen erlauben.

Aber die beschränkenden Voraussetzungen, unter welchen die für die numerische Untersuchung der Cometenschweife wichtigste Gleichung

$$(21) \qquad \operatorname{Tg} \varphi = g \operatorname{Sin} G \left\{ \frac{r \sqrt{2}}{\sqrt{\xi}\,\sqrt{1-\mu}} - \frac{4\,er \operatorname{Sin} v}{3\sqrt{p}\,(1-\mu)} \right\} + \frac{2\sqrt{2p}}{3r} \cdot \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\mu}}$$

abgeleitet ist, machen eine Controle derselben durch genaue Formeln wünschenswerth.

Zunächst erinnern wir an jene beschränkenden Voraussetzungen, welche im wesentlichen in drei zerfallen: erstens darf die Zwischenzeit τ nur kleine Werthe haben[1]); zweitens muss ξ hinreichend gross sein[2]) und drittens soll $1-\mu$ einen beträchtlichen Werth im Verhältniss zu $g \operatorname{Sin} G$ besitzen, so dass die Producte und Quadrate dieser Grösse gegen $1-\mu$ zu vernachlässigen sind.[3]) Bereits Pape und Winnecke machen darauf aufmerksam, dass diese Unsicherheiten aus der Bessel-schen Formel (21) beseitigt werden müssen, um den Werth der Theorie zu erhöhen.[4]) Die erste wirkliche Controle der Gleichung (21) ist von Th. Bredichin ausgeführt worden, indem er dieselbe mit der genauen Formel für die hyperbolische Bewegung verglich.

Die Wichtigkeit dieses Gegenstandes verlangt eine eingehende Betrachtung. Offenbar genügt es, um die Abweichung der Bessel'schen Formel von der genauen zu erkennen, wenn man Lage und Richtung der Schweifaxe, wie sie sich aus beiden Formeln ergeben, vergleicht. Daher ist es bei den folgenden Untersuchungen erlaubt, statt der Gleichung (21) die einfachere

$$(22) \qquad \operatorname{Tg} \varphi = \frac{2\sqrt{2p}}{3r} \cdot \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\mu}} = \frac{4\sqrt{q}}{3r} \cdot \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{1-\mu}}$$

zu benutzen, welche für die Axe des Cometenschweifes gilt. (Vergl. § 18.) Diese Formel (22) ist also mit den genauen Formeln für die hyperbolische Bewegung zu vergleichen.

Aber bevor wir auf die von Bredichin angewandte Vergleichungsmethode eingehen, wollen wir zeigen, wie das allgemeine Resultat dieser Untersuchung a priori aus den oben angeführten einschränkenden Voraussetzungen sich erkennen lässt. Wir gehen dazu von den drei im vorigen Paragraphen aufgestellten Schweiftypen aus, welche sich durch die Grösse der wirkenden Kraft $1-\mu$ unterscheiden. Dem ersten

---

[1]) Vergl. obige Abhandlung pg. 23.
[2]) " " " pg. 34.
[3]) " " " pg. 34.
[4]) Pape, l. c. pg. 342. Winnecke. l. c. (1858) pg. 65.

Typus entspricht der grösste Werth von $1 - \mu$ und folglich, wie die Gleichung (28) [auf pg. 38] lehrt, der kleinste Werth von τ.[1]) Beim zweiten und dritten Typus wird $1 - \mu$ immer kleiner, während τ immer mehr wächst. Bedenkt man daher die erste und dritte der einschränkenden Voraussetzungen (siehe vorige Seite), welche sich auf die Zeit τ und das Verhältniss der Grösse $1 - \mu$ zu $g \operatorname{Sin} G$ beziehen, so erkennt man leicht, dass der erste Schweiftypus wenig, der zweite mehr und der dritte am meisten von den durch die hyperbolische Bewegung dargestellten abweichen muss.

In der That bestätigen die Untersuchungen Bredichin's dieses Ergebniss einfacher Ueberlegung, indem sie zugleich numerisch und graphisch über die Grösse der vorkommenden Abweichungen Aufschluss geben.

Was zunächst die Formeln betrifft, welche Bredichin zur Berechnung der hyperbolischen Bewegung angewandt hat, so schliessen sich dieselben unmittelbar an die Formeln von Gauss an, welche in §§ 21 und 22 der „Theoria motus" für die Bewegung in einer Hyperbel im Fall einer Attractionskraft der Sonne gegeben sind. Es würde hier zu weit führen, eine Ableitung und genaue Darstellung der betreffenden Formeln zu geben, und wir verweisen deshalb auf die Arbeiten Bredichin's, welche dieselben enthalten.[2]) Bredichin unterscheidet für die Berechnung drei Fälle, welche die Bewegung der Schweifmaterie erschöpfend zu behandeln erlauben. Der erste Fall findet statt, wenn $1 - \mu > 1$ d. h. μ eine Repulsivkraft ist. Dann beschreiben die Schweiftheilchen eine gegen die Sonne convexe Hyperbel. Im zweiten Fall ist $1 - \mu = 1$ d. h. die von der Sonne ausgehende Kraft $\mu = 0$, und dann bewegen sich die Theilchen in Richtung der Tangente an die Bahn des Cometen. Der dritte Fall endlich ist der, dass $0 < 1 - \mu < 1$, also μ eine Attractionskraft von geringerem Betrage als die Newton'sche ist. Dann wird die Bahn der Schweiftheilchen durch eine gegen die Sonne concave Hyperbel dargestellt.

Nunmehr wollen wir näher auf die numerischen und graphischen Untersuchungen von Bredichin eingehen, welche den Grad der Annäherung der Bessel-schen Formeln prüfen.

Wenn man aus den Beobachtungen eines Cometenschweifes den Werth von $1 - \mu$ unter Anwendung der in § 16 abgeleiteten Formeln für eine bestimmte Beobachtungszeit berechnet hat, so kann man mit Hülfe der genauen[3]) Formeln die Coordinaten derjenigen Schweiftheilchen finden, welche die Wirkungssphäre des Cometen zu früheren Zeitmomenten verlassen haben. Auf diese Weise erhält man die hyperbolische Schweif-

---

[1]) Für die folgenden Betrachtungen ist es erlaubt, für τ' τ zu setzen.

[2]) Bredichin, Annalen l. c. V, 2, pg. 29—45. Dasselbe ist im Separatabdruck erschienen: Rémarques générales sur les comètes par Th. Bredichin. Mélanges mathématiques et astronomiques, Academie de Moscou.

Wie die von Bredichin angegebenen Formeln sich aus den Gauss'schen ableiten lassen, darüber vergl. Astron. Nachr. Bd. 94. pg. 143, 144.

[3]) Unter genauen Formeln verstehe ich die Formeln für die hyperbolische Bewegung der Cometenmaterie.

curve. Berechnet man nun die Positionen derselben Schweiftheilchen mit Hülfe der Bessel'schen Näherungsformel, so findet man die Bessel'sche Schweifcurve. Eine dritte Schweifcurve lässt sich mit Hülfe der beobachteten Positionen ohne jede Annahme über $1 - \mu$ fixiren. Jetzt kann man die hyperbolische Curve erstens mit der Bessel'schen und zweitens mit der Beobachtungs-Curve vergleichen. Das Resultat der ersten Vergleichung ist ein doppeltes. Unmittelbar erkennt man die Abweichungen der Bessel'schen Curve von der genauen Schweifcurve und mittelbar kann man über die Sicherheit in der Bestimmung des Werthes von $1 - \mu$ Aufschluss erhalten. Dazu ist nur nöthig, die Bessel'sche Formel zur Berechnung von $1 - \mu$ auf die hyperbolischen Coordinaten anzuwenden und die resultirenden Abweichungen in den Werthen der Kraft zu beachten.

Es fragt sich nun, wie man den wahrscheinlichsten Werth von $1 - \mu$ d. h. das Maass derjenigen Kraft findet, welche Figur und Richtung des Schweifes bestimmt. Darüber giebt die zweite Vergleichung Aufschluss, welche zwischen der hyperbolischen und der Beobachtungs-Curve anzustellen ist. Sobald nämlich die nach den genauen Formeln mit einer bestimmten Annahme über die Grösse von $1 - \mu$ berechnete Curve die Beobachtungen des Schweifes nicht darzustellen vermag, muss man durch passende Variirung des Werthes der Kraft diejenige Curve finden, welche sich den Beobachtungen möglichst genau anschliesst. Der dieser Curve entsprechende Werth von $1 - \mu$ giebt die Grösse der wirkenden Kraft an.

Nachdem wir somit die allgemeinen Principien der Bredichin'schen Untersuchungsmethode klar zu legen versucht haben, gehen wir dazu über, die speciellen Ergebnisse derselben zu betrachten.

Bredichin stellt sich einen schematischen Cometen vor, dessen Periheldistanz $q = 0{,}5$ ist.[1]) Mit bestimmten Annahmen über die Beobachtungszeit, die zugehörige wahre Anomalie und die Zwischenzeit τ werden die Schweife der drei im vorigen Paragraphen festgesetzten Typen construirt. Für die drei Werthe der Kraft

$$1 - \mu = 11.0$$
$$1 - \mu = 1.4$$
$$1 - \mu = 0.3$$

werden nämlich die Schweifcoordinaten ξ, η und der Winkel φ (vergl. pg. 35) mit Hülfe der hyperbolischen Formeln berechnet. Zu den so gefundenen ξ-Coordinaten werden dann unter Anwendung der Bessel'schen Formeln die zugehörigen η und φ bestimmt. Endlich werden die Werthe von $1 - \mu$ berechnet, welche sich durch das Einsetzen der genauen ξ und φ in die Bessel'sche Formel (22) [pg. 52] ergeben. Nach den abgeleiteten Coordinaten ξ und η wird die hyperbolische und die Bessel'sche

[1]) Diese Periheldistanz entspricht ungefähr dem arithmetischen Mittel der Periheldistanzen aller beobachteten Cometen.

Schweifcurve für jeden Typus construirt. Sowohl die graphische als die numerische Vergleichung lässt das schon früher (vergl. pg. 53) abgeleitete Resultat erkennen. Denn je höher die Ordnungszahl des Schweiftypus ist, um so grösser wird die Abweichung der Bessel'schen Formel von der genauen. Bredichin kommt so zu dem wichtigen Ergebniss, dass die Bessel'schen Formeln für die Schweife des ersten Typus ausreichend sind, dagegen für den zweiten und dritten Typus im allgemeinen der Controle bedürfen. Dem entsprechend machen sich auch die Unsicherheiten in der Berechnung der Kraft $1-\mu$ geltend. Während nämlich die Abweichungen der Werthe von $1-\mu$, für denselben Cometenschweif aber für Punkte in verschiedenen Entfernungen vom Kern berechnet, beim ersten Typus innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen, überschreiten diese Abweichungen beim zweiten und dritten Typus die von den Beobachtungen herrührenden Fehler oft ganz bedeutend. Dabei wird der Werth von $1-\mu$ immer kleiner als der wahre Werth, je weiter man sich vom Kern entfernt. Ferner geht aus den Untersuchungen von Bredichin hervor, dass der Werth von $1-\mu$ auch mit der Entfernung des Cometen von der Sonne variirt.[1]) Der Einfluss beträchtlicher Variationen von r ist der, dass $1-\mu$ stets kleiner als der wahre Werth der Kraft wird, je mehr der Radiusvector zunimmt.

Beide Umstände, ich meine die Einflüsse der Aenderungen von ξ und r auf die Berechnung von $1-\mu$, lassen sich auf Wirkungen ein und derselben Fehlerquelle zurückführen.[2]) Um dies einzusehen, gehen wir von der früher abgeleiteten Gleichung (pg. 38)

$$(28) \qquad \tau = \frac{r\sqrt{2\xi}}{\sqrt{1-\mu}}\left\{1 + g \operatorname{Sin} G \frac{\sqrt{p}}{1-\mu} - g \operatorname{Cos} G \frac{2\,er \operatorname{Sin} v}{3(1-\mu)\sqrt{p}}\right\} + g \operatorname{Cos} G \frac{r^2}{1-\mu}$$
$$+ \frac{\xi}{(1-\mu)^2}\left\{g \operatorname{Cos} G \left(\frac{2\,\mu r - 3\,p}{3}\right) - g \operatorname{Sin} G \frac{2}{3}\, er \operatorname{Sin} v\right\}$$

aus, indem wir $\tau' = \tau$ setzen, was für die folgenden Betrachtungen erlaubt ist.

Wir wissen, je grösser τ wird, um so ungenauer ist die Bessel'sche Formel (22) zur Berechnung von $1-\mu$, weil dann die höheren vernachlässigten Potenzen von τ

---

[1]) Vergl. Bredichin, Annalen l. c. V, 2, pg. 43. Im Separatabdruck pg. 617 (siehe darüber obige Abhandlung pg. 53, Anm. 1).

[2]) Diese Darstellung weicht von derjenigen Bredichin's (loc. cit.) in mancher Hinsicht ab. Es scheint mir nämlich, als ob die Erklärungen bei Bredichin nicht genügend die unmittelbare Consequenz aus den Grundannahmen der Bessel'schen Theorie erkennen lassen. Bredichin spricht z. B. bei Begründung des ersten Umstandes von einem Abnehmen der Kraft mit wachsendem ξ, während die Variation von r das wesentliche Moment hierbei ist. Denn bei den Schweifen des ersten Typus findet sich $1-\mu$ hinreichend constant sowohl für kleinere als für grössere Werthe von ξ, eben weil τ für den ersten Schweiftypus nur eine kleine Grösse ist. Ausserdem verlangt die Gültigkeit der Bessel'schen Formel für $\operatorname{Tg} \varphi$ hinreichend grosse Werthe von ξ, wie aus einer der beschränkenden Voraussetzungen von Bessel (vergl. obige Abhandlung pg. 52) folgt.

an Einfluss zunehmen. Nun wächst aber r nach der obigen Gleichung (28) erstens mit wachsendem ξ, wenn man r und $1-\mu$ als constant ansieht, und zweitens mit zunehmendem r, wenn ξ und $1-\mu$ Constanten sind. Daher erklären sich die für die Werthe der Kraft $1-\mu$ gefundenen Abweichungen auf einfache Weise aus einer der einschränkenden Voraussetzungen, welche bei Ableitung der Bessel'schen Formeln gemacht sind.[1])

Um nun das Auffinden eines möglichst genauen Werthes von $1-\mu$ und die Anwendung der hyperbolischen Formeln zur Berechnung der verschiedenen Cometenschweife zu erleichtern, schlägt Bredichin eine Erweiterung des schematischen Verfahrens vor. Die fingirten Cometen sollen Periheldistanzen im Betrage von 0.1, 0.2, 0.3 . . . . . 1.0 haben und die Beobachtungszeiten symmetrisch zum Perihel und den wahren Anomalien

$$-90^\circ,\ -80^\circ,\ \ldots\ldots\ 0^\circ,\qquad +10^\circ,\ +20^\circ,\ \ldots\ldots\ +90^\circ$$

entsprechend angenommen werden. Dann sollen die Curven der Schweifaxen berechnet und graphisch aufgetragen werden. Bei dieser Rechnung sollen für den ersten Schweiftypus als Werthe von $1-\mu$

$$12,\ 11,\ 10$$

für den zweiten

$$1-\mu = 1.4,\ 1.3,\ 1.2$$

und für den dritten

$$1-\mu = 0.3,\ 0.2,\ 0.1$$

benutzt werden.

Allerdings würden die so aufgestellten Zahlen und Karten die Aufsuchung eines möglichst genauen Werthes von $1-\mu$ für jeden Cometenschweif wesentlich erleichtern. Die Tabellen und Karten, welche Bredichin im VII. Bande der Annalen der Moskauer Sternwarte[2]) dafür giebt, sind nur für einen schematischen Cometen mit der Periheldistanz $q = 0.25$ ausgeführt, aber man könnte dieselben durch ein einfaches Verfahren auf sämmtliche vorkommende Periheldistanzen ausdehnen.[3]) Diese Erweiterung des schematischen Verfahrens gewinnt an Bedeutung, wenn man bedenkt, dass die auf Bessel'scher Grundlage gewonnene mathematische Theorie der Cometenschweife eine Vorausberechnung der Schweifentwickelungen für jeden beobachteten Cometen möglich macht. Allerdings muss man sich dabei stets der Grenzen bewusst bleiben, innerhalb deren die abgeleitete Theorie gilt. Und ferner darf man nicht ver-

[1]) Hierbei ist natürlich vorausgesetzt, dass der wahre Werth der Kraft $1-\mu$ für einen bestimmten Cometenschweif constant ist.

[2]) Vergl. Bredichin, l. c. VII, 2, pg. 63—78 nebst Karte.

[3]) Vergl. Bredichin, Copernicus (l. c.) No. 27, pg. 46.

gessen, dass eine Vorausberechnung nur — so zu sagen — schematisches Material liefern kann, welches erst durch die Beobachtungen geläutert werden muss. Eine Frage z. B., welche die Theorie bisjetzt noch nicht zu beantworten vermag, ist die, welchen Schweiftypus der vorauszuberechnende Comet wirklich zeigen wird.[1])

§ 24.

Anomale Cometenschweife.

Bisher haben wir uns ausschliesslich mit den normalen Cometenschweifen, welche von der Sonne abgewandt sind, beschäftigt. Aber bereits im 19. Paragraphen ist erwähnt worden, dass es ausser den normalen noch sogenannte anomale Schweife giebt, welche nach der Sonne hin gerichtet sind.

Zum ersten Mal wurde ein solcher anomaler Schweif von Cornelius Gemma an dem Cometen von 1577 beobachtet, wie in der Cometographia von Hevel überliefert ist.[2]) Ueber ein Jahrhundert später hat dann Gottfried Kirch[3]) bei dem Cometen des Jahres 1680 ebenfalls einen der Sonne zugewandten Schweif wahrgenommen. Während Cornelius Gemma den anomalen Schweif nur an einem Tage beobachten konnte, zeigte der Comet von 1680 denselben an drei Tagen, und sehr wahrscheinlich würde er noch länger sichtbar gewesen sein, wenn nicht das Mondlicht die Beobachtung einer so schwachen Erscheinung gestört hätte.[4]) Erst im 19. Jahrhundert wurden, soweit es bekannt ist, wieder neue anomale Schweife entdeckt. Der Comet von 1823 war es, der einen solchen während etwa 8 Tagen zeigte. Als diese aussergewöhnliche Erscheinung zum ersten Mal beobachtet wurde, schien man die früheren Fälle anomaler Schweife zum Theil vergessen zu haben. Brandes[5]) und Benjamin Valz[6]) versuchten die der Sonne zugewandte Richtung des Schweifes durch perspectivische Wirkung zu erklären, indem sie annahmen, dass der Schweif stark zurückgebeugt sei. Diese Wirkung der Perspective ist an und für sich möglich. Es ist dazu nur nöthig, dass die Erde sich in der Bahnebene des Cometen befindet, und der Winkel am Cometenkern zwischen den Richtungen nach der Sonne und Erde eine bestimmte Grösse hat.[7]) Aber ein nur scheinbar der Sonne zugewandter Schweif kann diese Richtung nur kurze Zeit behalten und muss sie schnell ändern. Bereits Olbers machte darauf auf-

[1]) Man muss eben die Schweife aller drei Typen berechnen und kann erst durch Beobachtungen entscheiden, welcher Typus bei dem betreffenden Cometen wirklich vorkommt.

[2]) Hevel, Cometographia pg. 454 nebst Zeichnung.

[3]) Olbers, Astron. Nachr. Bd. VIII, No. 192.

[4]) Olbers, ibidem.

[5]) Brandes, l. c. pg. 188, 189. Brandes hält diese anomale Erscheinung für die erste ihrer Art.

[6]) Astron. Nachr. No. 186. Valz erinnert zwar an die früheren Fälle anomaler Schweife, aber nicht ausführlich genug. (Vergl. Olbers, Astr. Nachr. No. 192.)

[7]) Dieser Winkel muss kleiner sein als die Zurückbeugung des Schweifes. Vergl. Brandes, loc. cit. nebst der übersichtlichen Figur dazu.

merksam, dass diese Erklärung von Brandes und Valz bei dem Cometen des Jahres 1823 nicht zulässig sei, und dass auch der Comet von 1680 wirklich einen der Sonne zugewandten Schweif gehabt habe. Was den Cometen von 1577 betrifft, so lässt sich aus der einen von Hevel überlieferten Beobachtung nichts Endgültiges in dieser Frage entscheiden; nur darf man nicht vergessen, dass die Erscheinung anomaler Schweife lediglich unter günstigen Umständen wahrzunehmen ist, was ein Uebersehen derselben vielfach erklären kann. Auch Bessel betrachtete den anomalen Schweif des Cometen von 1823 als eine reelle Erscheinung, was deutlich aus mehreren Stellen in seiner Abhandlung über den Halley'schen Cometen hervorgeht[1]). Die Realität solcher der Sonne zugewandten Schweife wurde dann später durch neue Beobachtungen vollständig bestätigt. Die Cometen von 1844, 1851 (Brorsen), 1862 II, 1877 (Winnecke) und 1882 II haben sämmtlich anomale Schweife gezeigt. Es ist leicht, mit Hülfe der bekannten Criterien, die Realität dieser Erscheinungen zu beweisen. Zur Vermeidung unnütz weitläufiger Betrachtungen wollen wir nur an einem dieser Cometen zeigen, dass eine perspectivische Erklärung nicht möglich ist.

Der anomale Schweif des Cometen von 1844 ist von Januar 29 bis Februar 1 beobachtet worden. Der Durchgang der Erde durch die Bahnebene des Cometen fand aber schon Januar 18 statt[2]). Und selbst, wenn die Erde erst Januar 29 die Bahnebene des Cometen passirt hätte, so zeigt doch die Constanz der beobachteten Positionswinkel der Schweifaxe, dass eine Erklärung des anomalen Schweifes durch Perspective ein für allemal ausgeschlossen ist.

Durch ähnliche Betrachtungen lässt sich nun auch die Realität der übrigen anomalen Schweife erweisen. Es ist von Interesse, hierbei eine Erklärung Biela's zu erwähnen, welcher den anomalen Schweif des Cometen von 1823 wohl zuerst beobachtet hat. Ueberrascht durch das Auffallende dieser Erscheinung lässt sich Biela zu folgenden Bemerkungen hinreissen:[3]) „Man möchte, um diesen zweiten Schweif zu erklären, an eine Rotation des Cometen um eine auf seine Bahn senkrechte Axe oder auf etwas Positives und Negatives denken, oder endlich annehmen, dass der Comet auf seinem Wege etwas Phosphorisirendes zurücklässt, weil der Schweif nahe den Weg bezeichnen wird, den der Comet eben zurückgelegt hat.“ Diese etwas phantastischen Erklärungen zeigen deutlich den Werth, den Hypothesen haben, welche eine Erscheinung gleich bei ihrem ersten Auftreten, ohne dass genügendes Beobachtungsmaterial gesammelt ist, erklären sollen.

Ganz anders spricht sich Olbers in seinem vortrefflichen Aufsatz über anomale Schweife aus. Mit Recht hält er es für die erste Pflicht, Thatsachen über diese Er-

---

[1]) Bessel. l. c. pg. 230, 231.

[2]) Astr. Nachr. No. 539; Bredichin, Annalen l. c. V, 2, pg. 63—65.

[3]) Astr. Nachr. Bd. III, pg. 28.

scheinung zu sammeln, bevor man an eine Erklärung derselben denken kann. Olbers stellt nun folgende Erfahrungssätze auf:[1])

1. Die Cometen zeigen zuweilen ausser ihrem gewöhnlichen einen schwächeren gegen die Sonne gerichteten Schweif.
2. Diese sonderbare Erscheinung dauert nur wenige Tage.
3. Bisher hat man sie nur nach dem Perihel, und ziemlich lange nach dem Perihel, gesehen.

Diese drei Sätze entsprechen dem zu Olbers' Zeiten bekannten Beobachtungsmaterial. Die späteren Beobachtungen lehren, dass der zweite und dritte Satz von Olbers nicht mehr stichhaltig sind. Denn der anomale Schweif des Cometen 1882 II ist fast einen Monat sichtbar gewesen[2]), und der Comet 1862 II hat den anomalen Schweif vor dem Durchgang durch das Perihel entwickelt.[3])

Wenn man nun das in dieser Frage bisher vorhandene Beobachtungsmaterial durchgeht, so kommt man zu den folgenden zwei Erfahrungssätzen, von denen der erste mit demjenigen von Olbers übereinstimmt:

1. Zuweilen zeigen die Cometen anomale Schweife, welche der Sonne zugewandt aber beträchtlich lichtschwächer als die normalen Schweife sind.[4])
2. Die Cometen mit anomalen Schweifen besitzen einen deutlichen Kern.[5]) —

Nachdem wir die allgemeinen Eigenschaften der anomalen Schweife behandelt haben, gehen wir dazu über, die Mechanik derselben zu betrachten. Nach den Untersuchungen von Bredichin sind nur für die vier Cometen der Jahre 1823, 1844, 1862, und 1882 zuverlässige Messungen über die anomalen Schweife bekannt.

Aus der mathematischen Theorie der Cometenschweife wissen wir bereits, dass die zur Bildung der anomalen Schweife nothwendige Kraft $1 - \mu$ negativ, also μ grösser

---

[1]) Astr. Nachr. Bd. VIII, pg. 470, 471.

[2]) Vergl. Astr. Nachr. Bd. 104, pg. 89 (Beobachtungen von J. Schmidt).

[3]) Bredichin, Annalen l. c. VII, 2, pg. 62, 63.

[4]) Bis jetzt sind 8 Cometen mit anomalen Schweifen bekannt, nämlich die von 1577, 1680, 1823, 1844, 1851, 1862, 1877, 1882.

Hiervon gehören also 6 dem jetzigen Jahrhundert an, woraus man folgern kann, dass diese Erscheinung doch nicht so selten ist, sondern nur sorgfältige Beobachtungen verlangt.

[5]) Vergl. für die einzelnen Cometen:

1823 Astron. Nachr. Bd. III, pg. 111.
1844 „ „ „ XXIII, pg. 20.
1851 „ „ No. 782.
1862 Winnecke, (1862) l. c. pg. 3, 5.
1877 Astron. Nachr. No. 2126.
1882 „ „ Bd. 103, 104.

Ueber die Cometen von 1577 und 1680 konnte ich keine sicheren Angaben finden. Hevel's Zeichnungen lassen für den Cometen von 1577 auf einen deutlichen Kern schliessen.

als die Newton'sche Attraction sein muss. Nun ergeben die Rechnungen Bredichin's, welche für den anomalen Schweif des Cometen 1862 II angestellt sind:[1])

$$1 - \mu = -0.013 \text{ und folglich } \mu = 1.013.$$

Dieser Werth von μ ist nur innerhalb der Grenzen seines wahrscheinlichen Fehlers grösser als die allgemeine Attractionsconstante. Bredichin nimmt deshalb an, dass für diesen anomalen Schweif die gewöhnliche Attractionskraft der Sonne unverändert gilt, und dass nur die Ausströmungen aus dem Kern, welche die normalen Schweife bilden, einem bestimmten Theile der Cometenmaterie eine Geschwindigkeit in Richtung zur Sonne mitgetheilt haben. Es ist von Interesse, sich eine Vorstellung über die Grösse dieser Geschwindigkeit zu machen. Sehr näherungsweise lässt sich dieselbe aus den in § 14 für die Schweifcoordinaten entwickelten Formeln ableiten. Man hat dazu nur nöthig, in die Gleichungen (13) [pg. 31] $\mu = 1$ zu setzen[2]) und, wenn man zur Vereinfachung nur Theilchen in Richtung zur Sonne betrachtet, $F = G = 0$ anzunehmen. Vernachlässigt man ferner den Radius der Wirkungssphäre f und das Glied in g, welches mit τ^3 multiplicirt ist, so erhält man folgende Gleichungen:

$$(31) \qquad \begin{aligned} \xi &= -g\tau \\ \eta &= -g\frac{\sqrt{p}}{r^2}\tau^2 \end{aligned}$$

und hieraus findet man

$$(32) \qquad g = -\frac{\sqrt{p}}{r^2} \cdot \frac{\xi}{\operatorname{Tg}\varphi}$$

Nach dieser Formel hat Bredichin den Werth von g berechnet und ihn für $\xi = -0.032$ zu 0.02 gefunden. Dieser Zahl entspricht eine Geschwindigkeit von 600^{mt} in der Sekunde.[3]) Es verdient Beachtung, dass die Grösse dieser Geschwindigkeit hinreichend übereinstimmt mit derjenigen, welche J. Schmidt auf ganz anderem Wege, nämlich durch directe Beobachtungen der Ausströmungen, erhalten hat. Schmidt findet nämlich für denselben Cometen[4]) ungefähr

$$g = 460^{mt} \text{ per Secunde}$$

und constatirt ferner, dass g mit der Entfernung vom Kern abnimmt.[5])

---

[1]) Bredichin, Annalen l. c. III, 1, pg. 38—40.

[2]) Es ist wesentlich, dass in diesem Fall die Glieder mit $1 - \mu$ fortfallen.

[3]) Bredichin findet dafür (l. c. III, 1, pg. 41) irrthümlicher Weise nur 80^{mt}. In einer seiner späteren Abhandlungen (Annalen V, 2, pg. 139) sind dagegen die Geschwindigkeiten der Cometenmaterie, in Meter und Secunde ausgedrückt, richtig angegeben.

[4]) Astron. Nachr. Bd. 59, pg. 42.

[5]) Astron. Nachr. Bd. 59, pg. 99, 105

Diese genügende Uebereinstimmung macht den Werth, welchen Bredichin für die Geschwindigkeit g gefunden hat, wahrscheinlich. Aber es scheint mir, dass die Frage nach den Geschwindigkeiten der Cometenmaterie stets mit der grössten Vorsicht zu behandeln ist, um so mehr als dieselbe zu falschen Verallgemeinerungen Veranlassung gegeben hat. So haben wir bereits in § 17 nachzuweisen versucht, dass die Gleichung

$$(30) \qquad \varepsilon = \frac{r^2 g^2}{2(1-\mu)},$$

welche von Bredichin zur Ableitung der Geschwindigkeiten für die normale Schweifmaterie benutzt ist, keine Gültigkeit hat. In dem vorliegenden Fall, wo es sich um die Geschwindigkeiten der anomalen Schweifmaterie handelt, lassen wir zwar die Gleichung (32) als eine Näherungsformel gelten, müssen aber auf eine unrichtige Verallgemeinerung von Bredichin aufmerksam machen. Bredichin spricht nämlich davon, dass g die Anfangsgeschwindigkeit darstelle[1]) d. h. diejenige Geschwindigkeit, mit welcher ein Theilchen von dem Kern ausgestossen wird. Für diese Anfangsgeschwindigkeit findet aber J. Schmidt annähernd 2000^{m1} in einer Secunde[2]), also über das dreifache derjenigen Geschwindigkeit, welche Bredichin erhalten hat. Die Ungültigkeit der Formel (32) für Punkte unendlich nahe am Kern lässt sich aber auch direct durch eine einfache Betrachtung nachweisen.

Für $\xi = 0$ tritt nämlich die Gleichung

$$(32) \qquad g = -\frac{\sqrt{p}}{r^2} \cdot \frac{\xi}{\operatorname{Tg} \varphi}$$

unter der unbestimmten Form $\frac{0}{\infty}$ auf. Denn aus der ersten der früher abgeleiteten Gleichungen (27)

$$\xi = \Delta \operatorname{Cos} \varphi \quad \text{(vergl. pg. 38)}$$

folgt, ebenso wie aus einer einfachen geometrischen Betrachtung, dass für $\xi = 0$, $\varphi = 90°$ wird.[3])

Es ist daher nicht möglich, aus der Gleichung (32) die Anfangsgeschwindig-

---

[1]) Bredichin, Annalen l. c. III. 1, pg. 40, 41. Bredichin nennt g „une impulsion ou une vitesse initiale."

[2]) Diese Zahl hat Schmidt allerdings nur für den Donati'schen Cometen gefunden (Schmidt, Astron. Nachr. Bd. 59, pg. 107), für welchen $g = 800^{mt}$ ist. Aber, da es hier nur darauf ankommt, zu zeigen, dass die Anfangsgeschwindigkeit erheblich grösser ist als g in einer bestimmten Entfernung vom Kern, und da die numerische Sicherheit des in dieser Frage vorliegenden Materials an und für sich gering ist, so mag die obige Zahl genügen.

[3]) Der andere noch mögliche Fall $\varphi = 0$ hat hier keine Bedeutung.

keit der Cometenmaterie zu berechnen, und was Bredichin gefunden hat, ist nur die Geschwindigkeit in einer bestimmten Entfernung vom Kern.

Es ist ferner sehr interessant, dass die Consequenzen der eben angestellten Betrachtungen einen weiteren Beitrag zu dem Ungültigkeitsbeweise für die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{r^2 g^2}{2(1-\mu)} \tag{30}$$

liefern. Denn es folgt aus ihnen, dass die vom Kern ausströmenden Theilchen einen nicht unerheblichen Widerstand in der Materie der Coma erleiden, da z. B. nach den Rechnungen von J. Schmidt die Geschwindigkeit in einer bestimmten Entfernung vom Kern weniger als die Hälfte der Anfangsgeschwindigkeit beträgt.[1]) Wie aber in § 17 auseinandergesetzt ist, besteht die eine der beiden Voraussetzungen für die Gültigkeit der Gleichung (30) gerade darin, dass die Materie der Coma keinen Widerstand auf die Bewegung der Theilchen äussert. Daher ist auch diese Voraussetzung hinfällig und die Behauptung von Neuem bewiesen, dass die numerischen Werthe von g, welche aus der Gleichung (30) berechnet sind, kein Zutrauen verdienen.[2])

Nach diesem nicht unwichtigen Excurse kehren wir wieder zur Betrachtung der anomalen Cometenschweife zurück. Die früheren Auseinandersetzungen haben das Resultat ergeben, dass die zur Bildung der anomalen Schweife nothwendige, von der Sonne ausgehende Kraft

$$1 - \mu = 0$$

gesetzt werden kann. Von besonderer Wichtigkeit ist dabei, wie wir wissen, der Winkel φ, welchen die Schweifaxe mit dem Radiusvector bildet. Im Anschluss an die früher (vergl. pg. 44) für normale Schweife durchgeführten Bezeichnungen kann φ positiv oder negativ sein. Ist φ positiv, so geht der anomale Schweif dem Radiusvector des Cometen in der Bewegung voran, ist φ negativ, so folgt er dem Radiusvector nach. Aber für die anomalen Schweife ist noch ein anderer Winkel von Bedeutung, nämlich derjenige, welchen die Schweifaxe mit der Tangente an die Cometenbahn bildet. Dieser Winkel, welchen wir nach Bredichin mit ψ bezeichnen wollen, giebt über die Lage des anomalen Schweifes zur Bahn des Cometen Aufschluss.[3])

Betrachten wir diese beiden Winkel, soweit sie nach den Untersuchungen von

---

[1]) Dies ist von J. Schmidt am Donati'schen Cometen nachgewiesen worden. Vergl. Astron. Nachr. Bd. 59, pg. 107.

[2]) Vergl. pg. 41, Anmerkung 1.

[3]) Man findet den Winkel ψ einfach, indem man den Winkel zwischen Radiusvector und Tangente der Cometenbahn berechnet und davon φ abzieht. Bezeichnet man den Winkel des Radiusvectors mit der Tangente durch λ, so ist $\operatorname{Tg} \lambda = \frac{2q}{r \operatorname{Sin} v}$, wo q, r, v die bekannte Bedeutung haben.

Bredichin und nach eigenen Rechnungen hinreichend sicher bekannt sind. Zur bequemeren Uebersicht stellen wir dieselben in der folgenden Tabelle zusammen:

Comet 1823	$\varphi = -20°$	$\psi = 5°$
1844	+41	14
1862 II	+64	12
1882 II	$\varphi = +9°$	$\psi = 4°$

Die für φ gefundenen Zahlenwerthe gestatten den Schluss, dass es nicht allein anomale Schweife giebt, welche dem Radiusvector des Cometen in seiner Bewegung vorangehen, sondern auch solche, welche ihm folgen.[1])

Aus den Zahlen für ψ kann man folgern, dass die anomalen Schweiftheilchen sich nahezu in der Bahn des Cometen bewegen. Diese Folgerung ist im Einklang mit der Annahme Bredichin's, dass für die anomalen Schweife μ sehr nahe oder geradezu $= 1$ ist. —

Obwohl es somit gelungen ist, eine Reihe von Thatsachen bei der Erscheinung anomaler Cometenschweife aufzustellen, so ist doch eine weitere Vertiefung dieses Gegenstandes erst mit Hülfe eines zahlreicheren Beobachtungsmaterials möglich. Insbesondere mache ich, im Hinblick auf spätere Betrachtungen, auf zwei der gewonnenen Erfahrungsresultate aufmerksam. Ich meine die folgenden:

Erstens: Die Cometen mit anomalen Schweifen zeigen einen deutlichen Kern.

Zweitens: Die anomalen Schweiftheilchen bewegen sich nahezu in der Bahn der Cometen, so dass die auf sie wirkende Kraft sich nur sehr wenig oder gar nicht von der gewöhnlichen Attractionskraft unterscheidet.

Auf diese beiden wichtigen Thatsachen werden wir im III. Capitel der vorliegenden Untersuchungen noch zurückkommen, um daraus interessante Folgerungen zu ziehen.

---

[1]) Dadurch corrigirt sich eine Bemerkung von Bredichin, welche im Copernicus No. 29, 30, pg. 99 bei den Untersuchungen über den Cometen 1882 II steht:

„Il faut ajouter que la queue anomale doit toujours précéder le rayon vecteur et c'est ce qui a lieu dans cette comète, comme on le voit sur les photographies de M. Gill.“

Capitel III.

Ueber die bei den Cometenerscheinungen wirksamen Kräfte.

§ 25.

Wir haben uns im vorangehenden Capitel mit der Mechanik der Cometenmaterie beschäftigt. Dabei ist keinerlei Annahme über die Natur der wirksamen Kräfte gemacht worden, sondern nur vorausgesetzt, dass dieselben von der Sonne ausgehen und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung wirken. Diese einfache Voraussetzung hat genügt, um eine mathematische Theorie der Cometenerscheinungen abzuleiten.

Nachdem nun aber die eigentliche Aufgabe der Mechanik gelöst ist, erscheint die Frage berechtigt, ob man nicht über die Natur der bei den Cometenerscheinungen wirksamen Kräfte Aufschluss erhalten kann. Das Problem, welches diese Frage darbietet, ist gewiss hoch interessant, aber man darf sich nicht verhehlen, dass man hiermit das strenge Gebiet der Mechanik verlässt. Während nämlich exacte Erörterungen das Maass derjenigen Energie, welche bei Bildung der Cometenschweife wirksam ist, kennen gelehrt haben, bedarf es mehr oder weniger speculativer Betrachtungen, um auch die Form dieser Energie zu finden. Ein solches Aufgeben exacter Betrachtungen bei den Problemen der Astronomie verlangt aber nach unserem Dafürhalten eine sachliche Rechtfertigung. Diese Rechtfertigung lässt sich im vorliegenden Fall aus den in der Mechanik der Cometenmaterie gewonnenen Resultaten ableiten. Die Bewegungen sämmtlicher Himmelskörper werden durch ein und dieselbe Constante, die Constante der allgemeinen Anziehung, regulirt. Wenn nun ein Comet Materie in den Raum ausstösst, deren Bewegung beobachtet wird, so ensteht die Frage, ob sich diese Bewegung einfach durch die Gravitation erklären lässt. Die mathematische Theorie der Cometenschweife giebt hierauf Antwort, da sie nachweist, dass die Kraft, welche die Bewegung der Cometenmaterie bewirkt, von der allgemeinen Anziehung bedeutend verschieden ist, indem sie sogar Wirkungen hervorbringen kann, welche denen der Gravitation geradezu entgegengesetzt sind.

Die Verschiedenheit der allgemeinen Anziehung von der „electiven Attraction“, wie wir die bei den Cometenerscheinungen wirksame Kraft nach Schiaparelli

nennen wollen[1]), lässt sich noch weiter verfolgen. Nach den Bezeichnungen von Gauss bedeutet k die Constante der Gravitation und in demselben Sinn kann man unter μ die Bessel'sche Constante der „electiven Attraction“ verstehen. Während nun k für alle Körper, von den Planeten bis zu den Meteoren, denselben Werth hat, ändert sich μ je nach der Beschaffenheit der Materie.[2])

Wenn es aber einmal constatirt ist, dass die bei den Cometenerscheinungen wirksame Kraft von der bekannten Gravitation verschieden ist, so wird das Problem, die Form dieser Energie zu finden, vollständig gerechtfertigt. Wir wollen daher im folgenden versuchen, die „elective Attraction“ auf eine bekannte Kraft zurückzuführen. Der bei dieser Untersuchung einzuschlagende Weg ist wiederum bereits von Bessel in seiner fundamentalen Abhandlung über den Halley'schen Cometen bezeichnet, und wir wiederholen bei dieser Gelegenheit, dass die classische Arbeit des grossen Meisters sämmtliche Fragen, welche für die physische Beschaffenheit der Cometen von Wichtigkeit sind, theils löst, theils lösen hilft.

§ 26.

Die Beobachtungen haben zwei Arten von Bewegungen bei der Cometenmaterie kennen gelehrt, deren mechanische Theorie im vorangehenden Capitel dargestellt ist. Es sind dies die Schwingungen der Ausströmungsfigur und die Bewegungen der Schweiftheilchen eines Cometen.

Als Ursache der zweiten Bewegungsart ist eine von der allgemeinen Gravitation verschiedene Kraft bereits nachgewiesen. Denselben Nachweis hat Bessel auch für die Bewegungen der Ausströmungsfigur geführt.[3])

Offenbar ist die gewöhnliche Anziehungskraft der Sonne im Stande, dem Kern und somit der Ausströmungsfigur eine der physischen Libration des Mondes ähnliche Bewegung mitzutheilen. Die Periode dieser Schwingung hängt dabei von der Intensität der Kraft und die Amplitude von einer beliebigen Anfangsconstante ab. Nun lässt sich zeigen, dass die Periode einer solchen Bewegung eine äusserst lange sein muss, während die bei den Cometenerscheinungen beobachtete Periode nur von kurzer Dauer ist. Deshalb macht die Bewegung der Ausströmungsfigur ebenfalls die Annahme einer von der Gravitation verschiedenen Kraft nöthig, und somit ist das Resultat, welches wir im vorigen Paragraphen gewonnen haben, auf eine unabhängige Weise bestätigt.

---

[1]) J. V. Schiaparelli, Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen. Stettin 1871, Deutsche Uebersetzung pg. 185.

Diese „elective Attraction“ kann sich sowohl dem Betrage als dem Zeichen nach von der gewöhnlichen Anziehung unterscheiden.

[2]) Allerdings ist die Frage, innerhalb welcher Grenzen μ für ein und denselben Cometenschweif als constant anzusehen ist, noch als eine offene zu betrachten.

[3]) Bessel, l. c. § 5.

Man kann nun im Anschluss an Bessel noch einen Schritt weiter gehen und nachweisen, dass die „elective Attraction" eine Polarkraft sein muss. Denn die Erfahrung lehrt, dass diese Kraft die Bewegung der Cometen in ihrer Bahn nicht modificirt, da die Cometenbewegung durch dieselbe Constante wie diejenige der Planeten beherrscht wird.[1]) Eine solche Kraft muss aber eine Polarkraft sein, deren Wirkung im einen Sinne eine gleiche Wirkung im entgegengesetzten Sinne bedingt.

Nachdem es einmal festgestellt ist, dass die bei den Cometenerscheinungen wirksame Kraft eine Polarkraft ist, kann man auch die Form dieser Energie finden. Es sind nämlich nur zwei Arten von Polarkräften bekannt, die electrische und die magnetische. Bessel lässt in seiner Abhandlung über den Halley'schen Cometen die Frage offen, ob man es bei den Cometenerscheinungen mit einer electrischen oder magnetischen Kraft zu thun hat, indem er nur von „freundlich und feindlich polarisirter Materie" spricht. Dagegen äussert er sich in einem Briefe an Olbers[2]) für die electrische Natur der Polarkraft, indem er einem bereits früher von Olbers[3]) ausgesprochenen Gedanken folgt. Es ist von hohem Interesse, die Worte Bessel's wiederzugeben:

> „Ich glaube, dass das Ausströmen des Schweifes der Cometen ein rein electrisches Phänomen ist: Körperchen auf dem Cometen und der Comet selbst werden durch den Uebergang von grösserer zu geringerer Entfernung von der Sonne electrisirt und dadurch abgestossen.
>
> Wenn man doch das Licht des Schweifes prüfen könnte, um dadurch zu erfahren, ob es electrisch ist."

Was Bessel prophetisch gewünscht hat, ist durch die Entdeckung der Spectralanalyse verwirklicht worden. In der That haben genaue spectroscopische Untersuchungen die electrische Natur des bei den Cometen beobachteten Eigenlichtes in hohem Grade wahrscheinlich gemacht.[4]) Daher ist man zu der Annahme berechtigt, dass bei Bildung der Cometenschweife electrische Kräfte eine wichtige Rolle spielen.

---

[1]) Sollte ein, schon von Bessel vermutheter, Einfluss der bei den Cometenerscheinungen beobachteten Bewegungsphänomene wirklich gefunden werden, so verlieren doch die obigen Schlüsse nichts an Gültigkeit. Denn ein solcher Einfluss würde lediglich durch eine Reactionskraft zu erklären sein, welche durch das Ausströmen der Cometenmaterie auf einer Seite des Kerns entsteht. (Vergl. Bessel, Bemerkungen über mögliche Unzulänglichkeit der die Anziehungen allein berücksichtigenden Theorie der Cometen, in den Abhandlungen von F. W. Bessel herausgegeben von R. Engelmann, Bd. I. pg. 80 ff.)

[2]) Briefwechsel zwischen Olbers und Bessel, Bd. II, pg. 390.

[3]) Olbers, Zach's monatliche Correspondenz, Januar 1812, Bd. XXV, pg. 14.

[4]) Wir müssen uns versagen, hier näher auf diese interessanten Untersuchungen einzugehen und verweisen nur auf die bezügliche Litteratur:

Hasselberg, Ueber die Spectra der Cometen l. c. (siehe dazu obige Abhandlung pg. 9, Anmerkung 2); Astr. Nachr. Bd. 102 No. 2441, Bd. 104 No. 2473.

Vogel, Publicationen des astrophys. Observ. Potsdam, Bd. II. No. 8. Astr. Nachr. No. 2466.

Es verdient Beachtung, dass in Uebereinstimmung mit Olbers und Bessel bereits Sir John Herschel zu derselben Annahme geführt worden ist.[1])

§ 27.

Die weitere Ausbildung der electrischen Theorie der Cometenschweife verdankt man Zöllner[2]), der interessante Formeln für die Beziehungen der „electiven Attraction" zur electrischen Dichtigkeit und zur Beschaffenheit der Körper entwickelt hat. Von besonderer Wichtigkeit ist eine von Zöllner abgeleitete Gleichung[3]), welche wir in der Form

$$(33) \qquad 1 - \mu = \frac{\delta \cdot \varDelta}{7276 \cdot r \cdot \sigma}$$

schreiben. Hierin bedeutet μ die Bessel'sche Constante der „electiven Attraction", $\varDelta$ die electrische Dichtigkeit an der Sonnenoberfläche, δ die electrische Dichtigkeit auf einem Schweiftheilchen, r den Radius dieses Schweiftheilchens und σ sein specifisches Gewicht.

Diese Formel hat Bredichin auf die in § 22 abgeleiteten Schweiftypen angewendet, um in Verbindung mit den Resultaten der spectralanalytischen Untersuchungen Aufschluss über die Constitution der Cometenschweife zu erhalten. Er findet dabei, dass die Schweife der drei Typen beziehlich aus Wasserstoff, Kohlenstoff und Eisentheilchen bestehen.[4]) Jedoch bezeichnet Bredichin später diese Wahl der Elemente nur als eine erste Annäherung an die Lösung der Frage nach der chemischen Constitution der Cometenschweife.[5])

Es scheint mir aber, dass diese von Bredichin gegebene Lösung nicht einmal den Werth einer ersten Annäherung hat. Um diese Behauptung zu beweisen, wollen wir näher auf die Untersuchungsmethode von Bredichin eingehen.

Bredichin[6]) wendet die Gleichung (33) auf die Materie zweier verschiedenen Schweiftypen an, indem er das Product $\delta \cdot \varDelta$ und r bei beiden als constant voraussetzt und nur $1 - \mu$ sowie σ variiren lässt. Er erhält so die beiden Gleichungen:

---

[1]) Results of Astronomical Observations made during the years 1834—38 at the Cape of Good Hope by Sir John F. W. Herschel. London 1847 pg. 406—412.
Vergl. auch Zöllner, Wissenschaftliche Abhandlungen Bd. II, 2, pg. 587—596.

[2]) Zöllner, Natur der Cometen.
Astron. Nachr. (Vergl. obige Abhandlung pg. 4. Anm. 7.)
Wissenschaftliche Abhandlungen Bd. II, 2.

[3]) Astron. Nachr. Bd. 87, pg. 304.

[4]) Bredichin, Annalen l. c. V, 2, pg. 137—139.

[5]) „ „ „ VI, 1, pg. 60.

[6]) Vergl. Bredichin, Annalen l. c. V, 2. pg. 137—139.

$$1 - \mu = \frac{\delta \cdot \varDelta}{7276 \cdot r \cdot \sigma}$$

$$1 - \mu' = \frac{\delta \cdot \varDelta}{7276 \cdot r \cdot \sigma'}$$

und findet durch Division den Ausdruck

$$(34) \qquad \frac{1 - \mu}{1 - \mu'} = \frac{\sigma'}{\sigma}$$

d. h. die repulsiven Kräfte der Sonne sind umgekehrt proportional den specifischen Gewichten der verschiedenen Theilchen. Nun folgert Bredichin weiter: da das Spectroscop bei den Cometen das Vorhandensein von Wasserstoff und Kohlenstoff gezeigt hat und der Zusammenhang zwischen Cometen und Meteoren auch Eisen als einen Bestandtheil der Cometen vorauszusetzen erlaubt, so sollen die Atomgewichte dieser Körper auf die obige Gleichung (34) angewendet werden.[1] Die Atomgewichte sind:

$$H = 1$$
$$C = 12$$
$$Fe = 56$$

und als Werthe von $1 - \mu$ für die verschiedenen Typen werden angenommen:

$$\begin{array}{lll} \text{Typus I} & 1 - \mu = & 12 \\ \text{II} & 1 - \mu = & 1 \\ \text{III} & 1 - \mu = & 0.2 \end{array}$$

Bildet man die Verhältnisse

$$\frac{\text{III}}{\text{I}} = 0.02 \qquad \text{und} \qquad \frac{\text{II}}{\text{I}} = 0.08,$$

so erkennt man, dass dieselben mit den Quotienten

$$\frac{H}{Fe} = 0.02 \qquad \text{und} \qquad \frac{H}{C} = 0.08$$

beziehlich identisch sind, wie es die obige Gleichung (34) fordert. Daher ist es sehr wahrscheinlich, schliesst Bredichin, dass, wenn diese Uebereinstimmung nicht zufällig

[1]) Bredichin setzt hierbei die Moleciile zweiatomig voraus, so dass die Atomgewichte sich verhalten wie die Moleculargewichte. Die Moleculargewichte bei Gasen sind aber proportional den specifischen Gewichten (σ). Vergl. Bredichin l. c. VI, 1, pg. 59.

ist, die Schweife der drei Typen beziehungsweise aus Wasserstoff, Kohlenstoff und Eisen bestehen.

Aber erstens ist die Ableitung der Gleichung (34) nicht zu rechtfertigen. Denn die kinetische Theorie der Gase lehrt, dass die Durchmesser der Atome verschiedener Körper ganz verschiedene Werthe haben[1]), worauf bereits Zöllner bei Ableitung der Gleichung (33) aufmerksam macht.[2]) Daher ist r für verschiedene Körper nicht constant, und die Gleichung (34) schreibt sich in der correcten Form

$$(35) \qquad \frac{1-\mu}{1-\mu'} = \frac{\sigma' \cdot r'}{\sigma \cdot r}$$

Zweitens folgt aus den spectroscopischen Untersuchungen nicht, dass in der Cometenmaterie Wasserstoff und Kohlenstoff enthalten sind, sondern nur, dass in derselben Kohlenwasserstoffverbindungen vorkommen. Das Atomgewicht einer Verbindung ist aber ganz verschieden von demjenigen der componirenden Elemente.[3])

Drittens hat Schiaparelli endgültig nachgewiesen, dass die normalen Cometenschweife die Meteorströme nicht erzeugen können, weil die Bewegung der Sternschnuppen durch die Constante der allgemeinen Anziehung regulirt wird.[4]) Aber auch die sporadischen Sternschnuppen können nicht mit den Theilchen der normalen Cometenschweife identisch sein, weil die letzteren, insofern sie der „electiven Attraction" folgen, ganz andere Grössenverhältnisse haben müssen.

Daher können wir, gestützt auf die angeführten Gründe, den Untersuchungen von Bredichin über die Constitution der Cometenschweife keine hinreichend exacte Bedeutung beilegen. Dieser Schluss kann noch durch eine numerische Betrachtung verstärkt werden.

Wenn man die grosse Zahl der Körper mit ganz verschiedenen Atomgewichten bedenkt und die Beweglichkeit der für die Schweiftypen gefundenen Zahlenwerthe von $1-\mu$ in's Auge fasst[5]), so erkennt man leicht, dass sich eine ganze Reihe von Combinationen aufstellen lässt, welche die Atomgewichte verschiedener Körper mit den verschiedenen Werthen von $1-\mu$ in identische Verbindung setzen.

Aus allen diesen Betrachtungen folgt, dass man über die chemische Constitution der Cometen nur das weiss, was durch spectralanalytische Untersuchungen nachgewiesen ist. Es ist daher zu wünschen, dass es gelingen möge, die Schweife der Cometen gesondert spectroscopisch zu untersuchen, was noch nicht möglich gewesen ist.

---

[1]) Vergl. O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase. Breslau, 1877, pg. 212.

[2]) Zöllner, Astron. Nachr. Bd. 87, pg. 303.

[3]) Vergl. O. E. Meyer, l. c. pg. 142, 143.

[4]) Schiaparelli, loc. cit. pg. 180, 186.

[5]) So hat Bredichin zur besseren Uebereinstimmung die früher festgesetzten Werthe der drei Typen (vergl. obige Abhandlung pg. 49) $1-\mu = 11,\ 1{,}4$ und $0{,}3$ in $1-\mu = 12,\ 1{,}0$ und $0{,}2$ verändert.

§ 28.

Eine von der mathematischen verschiedene Behandlung des Problems, die Natur der Cometen zu erforschen, ist stets mit der allergrössten Vorsicht und möglichst erreichbarer Strenge durchzuführen. Ich erinnere deshalb daran, dass wir uns nur die Aufgabe gestellt haben, für die durch Beobachtung und Theorie der Cometenerscheinungen constatirte „elective Attraction" eine bekannte Energieform zu finden. Für diese Aufgabe sind nach den Principien der Mechanik, wie wir wissen, nur zwei Lösungen möglich, nämlich die Annahme einer electrischen oder die Voraussetzung einer magnetischen Kraft.

Zöllner hat sich im Anschluss an Olbers, Bessel und Sir John Herschel, sowie mit Rücksicht auf die spectroscopischen Untersuchungen für die Annahme einer eletrischen Kraft entschieden.

Ohne uns im Augenblick darüber auszusprechen, ob nicht etwa die beiden angeführten Lösungen nur als partielle zu betrachten sind, deren Verbindung erst eine möglichst vollständige Lösung giebt, wollen wir die Untersuchungen Zöllner's noch etwas näher betrachten.

Nach Zöllner sind die normalen Cometenschweife durch eine electrische Repulsion und die anomalen durch eine electrische Attraction bedingt, indem sowohl der Sonne als den Schweiftheilchen des Cometen ein electrisches Potential zugeschrieben wird. Auch die am Cometenkopfe beobachtete Contraction und Dilatation der Coma, welche bereits früher (in § 17) erwähnt ist, versucht Zöllner durch Einwirkung der Electricität zu erklären[1]), indem er an einen Versuch von Albert Fuchs[2]) anknüpft, welcher „die Contraction einer parabolischen Hülle aus feinen Wassertropfen unter dem Einfluss der electrischen Fernwirkung unmittelbar zur Anschauung bringt."

So interessant diese Erklärung auch ist, so bedarf es doch wohl weiterer Untersuchungen, ob die electrische Einwirkung der Sonne wirklich die Ursache der zu erklärenden Erscheinung ist, oder ob nicht etwa thermische Einwirkungen des Centralkörpers die Hauptfactoren dabei bilden. Winnecke[3]) und in neuester Zeit C. Puschl[4]) erklären die beobachtete Contraction und Dilatation der Nebelhülle durch thermische Ursachen. Der erstere nimmt eine Modification des Aggregatzustandes der Hülle an, der letztere nur eine Aenderung des Volumens in Folge entscheidender Variationen des Ausdehnungscoefficienten der Gase bei Annäherung zur Sonne. —

Was endlich die Erklärung der beobachteten Schwingungen der Ausströmungsfigur betrifft, so weicht Zöllner hierbei erheblich von Bessel ab, indem er als wirkende Kraft die Reaction der aus dem Kern strömenden Theilchen annimmt.[5])

---

[1]) Zöllner, Natur der Cometen pg. 158 ff.

[2]) Poggendorf's Annalen Bd. 102, pg. 633.

[3]) Winnecke, (1858) l. c. pg. 40, 41.

[4]) C. Puschl, Ueber die latente Wärme der Dämpfe. Wien 1883, § 12.

[5]) Zöllner, Natur der Cometen pg. 153—158.

§ 29.

Wir haben bereits im vorigen Paragraphen angedeutet, dass zur Erklärung der Bewegungen der Cometenmaterie eine Verbindung von electrischen und magnetischen Kräften denkbar ist, welche vielleicht die vollständigste Lösung der in diesem Capitel behandelten Aufgabe darbietet.

Indem wir nunmehr unsere Ansichten hierüber näher ausführen wollen, betonen wir nachdrücklich, dass die folgenden Erörterungen nur als ein Versuch, die mechanischen Erscheinungen möglichst vollständig und im Zusammenhange zu erklären, angesehen werden mögen.

Wiederum liegt die erste Anregung zu diesen Gedanken in der unerschöpflich ideenreichen Abhandlung Bessel's über den Halley'schen Cometen, deren fundamentale Bedeutung nicht hoch genug geschätzt werden kann. Es scheint mir von Wichtigkeit, die hierauf bezüglichen Stellen aus der Bessel'schen Abhandlung wörtlich wiederzugeben. Bei Erklärung der Schwingungen der Ausströmungsfigur sagt Bessel:[1])

> „Ich sehe weder, wie man sich der Annahme einer Polarkraft wird entziehen können, welche einen Halbmesser des Cometen zu der Sonne zu wendet, den entgegengesetzten von ihr abzuwenden strebt, noch welcher Grund vorhanden sein könnte, die Annahme einer solchen Kraft a priori zurückzuweisen. Es fehlt sogar nicht an einer Analogie, indem die Erde selbst eine Polarität, die magnetische, besitzt, von welcher jedoch nicht bekannt ist, dass ihre Gegensätze sich auf die Sonne beziehen."

Und bei Erklärung der Bewegung der Schweiftheilchen schliesst Bessel folgendermassen:[2])

> „Ich würde diese Ansicht [von Polarkräften] leicht noch weiter verfolgen und die Einzelheiten der beobachteten Erscheinungen damit in Verbindung bringen können; auch würde man nicht lange suchen dürfen, wenn es darauf ankäme, Aehnlichkeiten zwischen diesen Erscheinungen und denen, welche man an der Electricität und dem Magnetismus beobachtet hat, aufzufinden."

Aus diesen Worten scheint mir hervorzugehen, dass Bessel an eine Verbindung von electrischen und magnetischen Kräften zur Erklärung der cometarischen Bewegungsphänomene bereits gedacht hat. Versuchen wir daher, diesen Gedanken weiter zu verfolgen.

Es ist eine bekannte Thatsache, dass Magnetismus und Electricität in tiefer Abhängigkeit von einander stehen, denn in den Erscheinungen des Galvanismus treten beide Kräfte in die enge Beziehung von Ursache und Wirkung. Wenn man daher

---

[1]) Bessel, l. c. pg. 201.

[2]) Bessel, l. c. pg. 231.

nach den Resultaten der spectralanalytischen Untersuchungen annehmen muss, dass electrische Kräfte eine wichtige Rolle bei den Cometenerscheinungen spielen, so kann man sich leicht vorstellen, dass auch magnetische Wirkungen hervorgerufen werden. Nun ist seit den wichtigen Untersuchungen Faraday's bekannt, dass jeder Körper den Wirkungen eines hinreichend starken Magneten unterworfen ist. Man nennt Körper paramagnetisch, wenn sie angezogen, und diamagnetisch, wenn sie von einem Magneten abgestossen werden. Ferner weiss man jetzt, dass es Körper giebt, welche schwach und solche, welche stark para- oder diamagnetisch sind.

Durch diese physikalischen Thatsachen soll nun die Bildung der Cometenschweife erklärt werden.[1]) Danach würden die normalen Schweife aus Körpertheilchen bestehen, welche diamagnetisch sind, während die anomalen Schweife aus solchen Theilchen zusammengesetzt wären, denen paramagnetische Eigenschaften zukommen.

Es gilt nunmehr, diese Hypothesen an den Erscheinungen zu prüfen, und dazu können einerseits die spectroscopischen Untersuchungen und andererseits die epochemachenden Arbeiten von Schiaparelli benutzt werden.

Wie wir bereits in § 2 erwähnt haben, ist durch die Anwendung der Spectralanalyse auf die Cometen das Vorhandensein von Kohlenwasserstoffverbindungen, von Stickstoff und von Natrium constatirt worden. Diese Körper sind sämmtlich diamagnetisch und zwar Wasserstoff stark nach Faraday[2]), Plücker[3]) und Becquerel[4]), Kohlenstoff, Stickstoff und Natrium schwach diamagnetisch beziehlich nach Plücker[5]), Becquerel[4]) und Faraday[6]). Dadurch lässt sich die Bildung der normalen Schweife, welche von der Sonne abgewandt sind, erklären.

Was nun die anomalen Cometenschweife betrifft, so haben wir für dieselben in § 24 (auf pg. 63) die folgenden Erfahrungssätze ableiten können:

1. Die Cometen mit anomalen Schweifen zeigen einen deutlichen Kern.
2. Die anomalen Schweiftheilchen bewegen sich nahezu in der Bahn der Cometen, so dass die auf sie wirkende Kraft sich nur sehr wenig oder gar nicht von der gewöhnlichen Attractionskraft unterscheidet.

Berücksichtigt man diese beiden Thatsachen, so kann man im Anschluss an die Untersuchungen von Schiaparelli den Schluss ziehen, dass die anomalen Schweife zur Bildung der Meteorströme beitragen können. Dann bestehen diese Schweife aber hauptsächlich aus Eisentheilchen, und Eisen ist bekanntlich stark paramagnetisch.

Somit sind auch die der Sonne zugewandten Schweife durch die obige Hypothese erklärt. —

---

[1]) Nachträglich habe ich gefunden, dass ähnliche Gedanken, allerdings nicht in so allgemeiner Form, schon von Norton, American Journal of Science 1878 pg. 168 ff., ausgesprochen sind.

[2]) Poggendorf's Annalen, Bd LXXIII, pg. 256—290.

[3]) Ibidem pg. 554 ff.

[4]) Becquerel, Histoire électrique et magnétique. 1858, pg. 108.

[5]) Poggendorf's Annalen, Bd. LXXII. pg. 346. 349.

[6]) Poggendorf's Annalen, Bd. LXX, § 2399.

Es bleibt noch übrig, für die Schwingungen der Ausströmungsfigur eine Erklärung zu finden. Leider ist hierfür das Beobachtungsmaterial viel zu dürftig, um einigermassen sichere Schlüsse ziehen zu können, und wir müssen uns vorläufig damit begnügen, auf eine Analogie mit bekannten magnetischen Erscheinungen aufmerksam zu machen. Unwillkürlich wird man nämlich im Anschluss an frühere Erörterungen darauf geführt, die Bewegungen der Ausströmungsfigur mit den Schwingungen einer Magnetnadel zu vergleichen. Weiter glaube ich nicht gehen zu dürfen, ohne die Pflicht einer möglichst strengen Behandlung des vorliegenden Problems aufzugeben.

Ueberhaupt wiederhole ich, dass die in diesem Paragraphen angestellten Erörterungen nur den Zweck haben, als Ursachen der cometarischen Bewegungsphänomene bekannte Kräfte zu finden, welche eine einheitliche Erklärung der beobachteten und in der Mechanik der Cometenmaterie behandelten Bewegungen zulassen. —

Wir sind jetzt am Schluss unserer Untersuchungen angelangt, welche die von Bessel begründete mathematisch-physikalische Theorie der Cometenerscheinungen zum Gegenstand haben.

Bedenkt man die Resultate, welche aus dieser Theorie gewonnen sind, und erwägt man die Zahl der hierin nur angedeuteten aber noch nicht gelösten Probleme, so muss man zugeben, dass diese Theorie in Verbindung mit ihr entsprechenden Beobachtungen exacte und umfassende Einsicht in die cometarischen Phänomene verheisst.

Litteratur-Uebersicht.

1. Olbers, Ueber den Schweif des grossen Cometen von 1811. Zach's monatliche Correspondenz, Januar 1812, Bd. XXV, pg. 3—22.
Ueber anomale Cometenschweife. Astron. Nachr. Bd. VIII, No. 192.

2. Brandes, Vorlesungen über die Astronomie. Leipzig 1827.
Unterhaltungen für Freunde der Physik und Astronomie, 2. Heft.

3. Arago, Populäre Astronomie. Deutsche Originalausgabe, Leipzig 1855, Bd. II.

4. Bessel, Beobachtungen über die physische Beschaffenheit des Halley'schen Cometen und dadurch veranlasste Bemerkungen. Astron. Nachr. Bd. XIII, No. 300—302.

5. Pape, Untersuchung über die Erscheinungen des grossen Cometen von 1858. Astron. Nachr. Bd. 49, No. 1172—1174.

6. Winnecke, Pulkowaer Beobachtungen des grossen Cometen von 1858. Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St. Pétersbourg VII^e Série, Tome II, No. 1.
Pulkowaer Beobachtungen des hellen Cometen von 1862. Ibidem, Tome VII, No. 7.

7. Bond, Account of the great comet of 1858. Annals of the observatory of Harvard College, Vol. III.

8. J. Schmidt, Astronomische Beobachtungen über Cometen. Publications de l'observatoire d'Athènes I^re Serie, Tome I.
Astron. Nachr., Bd. 59.

9. Th. Bredichin, Annales de l'observatoire de Moscou
Vol. III, livr. 1, 2.
Vol. IV, „ 1.
Vol. V, „ 1, 2.
Vol. VI, „ 1.
Vol. VII, „ 1, 2.
Vol. VIII, „ 1.
Copernikus, an international Journal of Astronomy edit. by Copeland and Dreyer. No. 27, März 1883.
No. 29, 30, Mai—Juni 1883.

10. Zöllner, Natur der Cometen.
Wissenschaftliche Abhandlungen, Bd. II, 2.
Astron. Nachr., Bd. 86, No. 2057—2060.
Bd. 87, No. 2082—2086.

11. Schiaparelli, Entwurf einer astron. Theorie der Sternschnuppen. Stettin 1871. Deutsche Uebersetzung.

12. B. Hasselberg, Ueber die Spectra der Cometen. Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St. Pétersbourg. VII^e Série, Tome XXVIII, No. 2.
Astron. Nachr., Bd. 102, No. 2441.
Bd. 104, No. 2473.

13. W. Meyer, Etude sur la refraction cométaire in den Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève; Tome XXVIII, No. 4.

14. G. Cellerier, Refraction cométaire, Archives des Sciences physiques, Tome VIII, Octobre 1882.
Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève, Tome XXVIII, No. 5.

15. H. C. Vogel, Beobachtungen des grossen Cometen von 1881 in den Publicationen des Astrophysikalischen Instituts zu Potsdam. Bd. II.
Astron. Nachr. No. 2466.

16. Janssen, Annuaire pour l'an 1882, publié par le bureau des longitudes à Paris.

17. C. Puschl, Ueber die latente Wärme der Dämpfe. Wien 1883, § 12.

18. Norton, American Journal of Science 1878.

Curriculum vitae.

Natus sum Adolphus Marcuse Magdeburgii die XVII mensis Novembris anno MDCCCLX matre Anna e gente Hirsch et patre Henrico, qui praematuram mortem obiit. Fidem profiteor judaicam. Primis litterarum elementis in scholis elementariis imbutus inde ab anno h. s. LXX gymnasium cathedrale Magdeburgense frequentavi. Deinde maturitatis testimonium anno h. s. LXXIX adeptus in academiam Wilhelmam Argentinensem transmigravi astronomicae nec non mathematicae et physicae arti daturus, ubi per bis sex menses audivi Baragiola, Kundt, Netto, Reye, Roth, Winnecke, quibus viris praecipue autem observatorii astronomici praefecto Ill. Winnecke quantum debeam numquam obliviscar. Seminarii mathematici et physici per sex menses fui sodalis.

Tunc post mortem patris mei universitatem Berolinensem petivi, ubi per sex semestria numero civium legitime adscriptus fui. Per quatuor sex menses studiis astronomicis, mathematicis et physicis operam dedi virosque audivi H. Bruns, Foerster, de Helmholtz, Hofmann, G. Kirchhoff, Lehmann-Filhés, du Bois-Reymond, Schwendener, Thiesen, Tietjen, Wangerin.

Auctumno anni h. s. LXXXII imperium germanicum quatuor expeditiones astronomicas ad observandum Veneris transitum praefecto Ill. Auwers in Americam misit, quarum unius ego particeps nominatus fui itaque per sex menses in Americam transmigravi. Unde reversus per sex menses studia et astronomica et mathematica nec non physica persecutus sum, atque scholas adii virorum Aron, Foerster, de Helmholtz, Kayser, Lehmann-Filhés, Tietjen, Weierstrass. Seminarii regii astronomici per quatuor semestria fui sodalis ibique audivi H. Bruns, Foerster, Tietjen. Quibus viris omnibus gratias ago quam maximas. Imprimis autem praecipua pietate mihi colendus est vir Ill. Foerster, qui observationum in observatorio regio instituendarum participem me fecit et benevolentissime consilio atque opera semper me adjuvit.

Thesen.

I.

Bei der Beobachtung der Venusdurchgänge hat die heliometrische Methode wesentliche Vorzüge vor der photographischen.

II.

Hemmungswirkungen durch ein den interplanetarischen Raum erfüllendes Medium sind bei der Bewegung des Enke'schen Cometen als erwiesen zu betrachten.

III.

Fundamentale Zeitmessungen verlangen eine Aufstellung der Pendeluhr im luftdichten Raum.